كلية العلوم

القسم : **الفيزياء**

السنة : **الاولى**

المادة : تحليل رياضي١

المحاضرة : الاولى /نظري/

{{ مكتبة A to Z }}

2024 2025

Facebook Group : مكتبة A to Z

كلية العلوم ، كلية الصيدلة ، الهندسة التقنية

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر (What's app-Telegram) على الرقم 0931497960

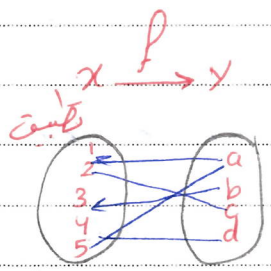
1. الدوال (التوابع) Functions

آلية العمل الهندسي للدالة:

هندسياً كل تطبيق f من x إلى y هو دالة

إذا حققت كل عنصر من x له صورة الذكر y

$y = f(x)$ جبرياً:



لكن 4 ليس لها أي صورة

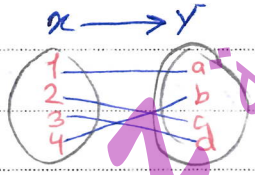
يسمى (1,2,3,5) بمنطلق التطبيق أي مجموعة تعريف الدالة

و (a,b,c,d) مجموعة القيم الدالة أي هو مستقر الدالة

(إذا كان a,c,d,b لديه عنصر)

ثانياً: تصنيف الدوال (التوابع)

(1) التابع (الدالة) المتباينة: هي كل دالة فيها كل عنصر من y هو صورة عن الأكثر لـ x



مجموعة التعريف:

$D = \{1, 2, 3, 5\}$

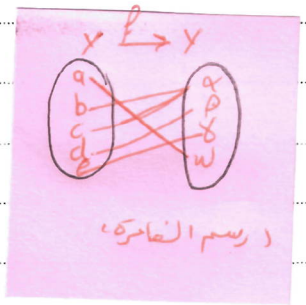
$D' = \{a, b, c, d\}$ الدال

جبرياً: إذا $\forall x_1, x_2 \in D$ ؛ $f(x_1) = f(x_2)$

$\Rightarrow x_1 = x_2$

أي:

$\forall x_1, x_2 \in D$ ؛ $x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$



(2) التابع (الدالة) الغامرة: لكل عنصر من عناصر المستقر (y) هو صورة على الأقل من عناصر (x)

$D' = y$ مجموعة القيم تساوي مجموعة عناصر المستقر

أي:

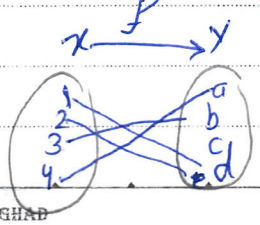
هي (إيجاد x بدلالة y) لعدم وجود عنصر حر

(3) التابع (الدالة) المتباينة: هي كل دالة غامرة متباينة تكون فيها $x = D$

تعريف جبري: $\forall y \in Y \Rightarrow f(x) = Y$

أي (إيجاد x بدلالة y) لعدم وجود عنصر حر له صورتين

لعدم الوجود تباين التعريف



A to Z مكتبة

Date : / / Subject :

مثال: برهن الدالة التالية: $y = f(x) = \frac{2x-1}{x-3}$ هي دالة تقابلية

$D = \mathbb{R} \setminus \{3\}$

برهن أنها غامرة متباينة $\forall x_1, x_2 \in D : f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$

$\frac{2x_1-1}{x_1-3} \times \frac{2x_2-1}{x_2-3}$

$= (2x_1-1)(x_2-3) = (x_1-3)(2x_2-1)$

$= 2x_1x_2 - 6x_1 - x_2 + 3 = 2x_2x_1 - x_1 - 6x_2 + 3$

$= -6x_1 - x_2 + 6x_2 + x_1$

$= -5x_1 + 5x_2$

نقسم على -5 $\quad x_1 = x_2$ فالدالة متباينة

برهن أنها غامرة $\forall y \in \mathbb{R} \setminus \{2\} ; \exists x \in \mathbb{R} \setminus \{3\} \Rightarrow f(x) = y$

$\frac{2x-1}{x-3} = y$

$2x - 1 = xy - 3y$

$2x - xy = -3y + 1$

$x(2-y) = -3y + 1$

$x = \frac{-3y+1}{2-y}$

ملاحظة: إن الدالة العكسية يمكن إيجادها الآن تكون تقابلية برضي f^{-1}

الدالة غامرة متباينة هي تقابلية

الدالة العكسية $f^{-1}(y) = \frac{-3y+1}{2-y}$

مكتبة A to Z

Date : / / Subject :

ثالثاً : العمليات على الدوال

أ. الجمع والطرح :

نفرض أن f و g دالتين معرفتين على D_1 و D_2 نقول عن الدالتين انهما يكونان جمع إذا تحقق الشرط

$$(f+g)(x) = f(x) + g(x)$$

2. ضرب الدالتين :

f و g دالتين معرفتين على D_1 و D_2 إذا تحقق الشرط

$$(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$$

ملاحظة :
- مجموع تعريف $f(x)+g(x)$ هو $D_1 \cap D_2$ حيث $\{D_1 \in x_1 \ , \ D_2 \in x_2\}$
- مجموعة تعريف الجداء هي تقاطع مجموعة تعريف $f(x) \cdot g(x)$ هي $D_1 \cap D_2$
$\Rightarrow \{D_1 \in x_1 \ , \ D_2 \in x_2\}$
- مجموع تعريف الجداء هي $D_1 \cap D_2 \in$
$\{D_1 \in x_1 \ , \ D_2 \in x_2\}$

3. حاصة الدالتين :

f و g دالتين معرفتين على D_1 و D_2 إذا تحقق الشرط :

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$$

4. تركيب دالتين (دالة الدالة):

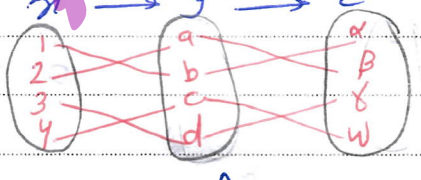
نفرض f و g دالتين معرفتين على D_1 و D_2 على الترتيب

$f \circ g$ أي $g \circ f$

صورة دالة الدالة :

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(y) = z$$

$x \longrightarrow y \longrightarrow z$



$$(g \circ f)(1) = g(f(1)) = g(b) = \alpha$$

مثال : لدينا الدالتين الآتيتين

$$f(x) = \frac{x-1}{2x-3} \qquad g(x) = \frac{1}{x}$$

المطلوب : أوجد مجموعة تعريف

1- $f+g$

2- $f \times g$

3- $\frac{f}{g}$ و $\frac{g}{f}$ ثم أوجد صورة كل عنصر

4- $g(0) f$

مكتبة 2A 10

Date : / /

Subject :

$D_2 \{R^*\}$ $D_1 = R\setminus\{1\}$ الحل :

$(f+g)(x) = D_3 \Rightarrow R\setminus\{0,1\}$

$(f \times g)(x) = D_4 \Rightarrow R\setminus\{0,1\}$

$\left(\frac{g}{f}\right)(x) = \frac{\frac{1}{x}}{\frac{x-2}{2x-3}} = D_5 \Rightarrow R\setminus\{0,1,2\}$

$\left(\frac{f}{g}\right)x = \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\frac{x-2}{2x-2}}{\frac{1}{x}} \Rightarrow D_6 = R\setminus\{0,1\}$

$R\setminus\{0,1\}$ مجموعة $f \circ g$ $g \circ f$

$(g+f)(x) = f(x) + g(x)$ ملاحظة : إيجاد صورة x بجمع

$= \frac{x-2}{2x-2} + \frac{1}{x}$

$= \frac{(x-2)x + 2x - 2}{(2x-2)(x)}$

$= \frac{x^2 - 2x + 2x - 2 + 0}{2x^2 - 2x} = \frac{x^2 - \dots}{2x^2 - 2x}$

$R\setminus\{0,1\}$

$(g \circ f)(x) = g(f(x))$

$= g\left(\frac{x-2}{2x-2}\right) = \frac{1}{\frac{x-2}{2x-2}} = \frac{2x-2}{x-2}$

$(f \circ g)(x) = f(g(x))$

$= f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1}{\frac{x-2}{\frac{2}{x}-2}}$

مكتبة A to Z

أي شيء Cos(0) يكون يساوي 1

Date : Subject :

أولاً: أنواع الدوال:

1- الدالة العددية: هي كل دالة $f_{IR \to IR}$

- ومنه الدالة الزوجية: إذا تحقق الشرط $f(-x) = f(x)$ مثال $\cos x, x^2$
بيانياً تناظر بالنسبة لمحور التراتيب oy

- ومنه الدالة الفردية: إذا تحقق الشرط $f(-x) = -f(x)$ مثال $x, \sin x, x^3$
بيانياً تناظر بالنسبة لمحور الفواصل ox

2- الدالة الدورية: هي كل دالة تقبل الدور T $f(x) = f(x+T)$

هو دالة $x \in Z$ و $T \times 1$ منها $\cos, \sin, \tan, \text{ch}, \text{sh}, \text{th}$

$\text{ch} \to \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ ↓ $\text{sh} \to \frac{e^x - e^{-x}}{2}$ ↓ $\text{th} \to \frac{\text{sh}}{\text{ch}} = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$

$\sec x = \frac{1}{\cos x}$ $\quad \text{csc} x = \frac{1}{\sin x}$ $\quad \text{ch}^2(x) - \text{sh}^2 x = 1$

ثانياً: صنيف الدوال:

1- دوال جبرية: هي الدالة التي يمكننا إجراء عليها عمليات حسابية فيها (الدوال الكثيرة والصحيحة والصماء جذور وأعداد المقدمة)

2- كثيرات الحدود: $y : \in a, x, ?$
حيث $i : \mathbb{N}$

3- الدوال متسامية: هي الدوال التي لا يمكن حلها بالعمليات الحسابية (المثلثية، اللوغاريتم، أسية)

A to Z مكتبة