كلية العلوم

القسم : **الكيمياء**

السنة : **الثانية**

المادة : اهتزازات وامواج

المحاضرة : السابعة/نظري/دكتورة

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : A to Z مكتبة

Syrian Arab Republic
Ministry of Higher Education and Scientific Research
Tartous University
Faculty of Science
Department of chemistry

الجمهورية العربية السورية
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة طرطوس
كلية العلوم
قسم الكيمياء

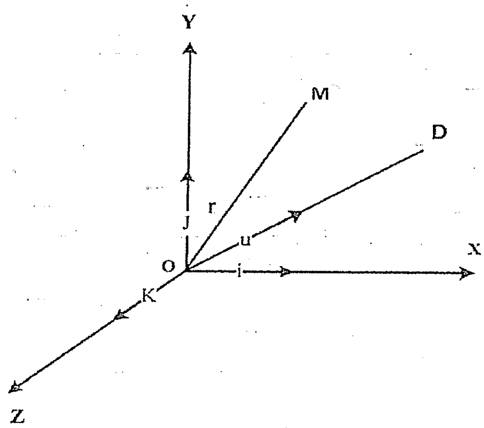
المحاضرة السابعة لمقرر الاهتزازات والأمواج لطلاب السنة الثانية كيمياء- د.سمر عمران

الموجة المستوية المنتشرة وفق اتجاه ما:

لتكن M نقطة من الفراغ الاقليدي كما يبدو في الشكل (1)، وليكن u تابعاً حقيقياً للمتحول الحقيقي ($u = vt - \vec{r}.\vec{u}$) حيث t الزمن و $\vec{r} = \overrightarrow{OM}$ هو شعاع الموضع المحمول على الاتجاه $\vec{u}$ ، نسمي انتقال اهتزازة أو موجة في النقطة M بالتابع:

$$S(\vec{r},t) = f(vt - \vec{r}.\vec{u}) \qquad (1)$$

تُمثّل v سرعة انتشار هذه الاهتزازة في الاتجاه $\vec{u}$ ، فإذا كان وسط الانتشار متجانساً تكون السرعة ثابتة. تُدعى الكمية $S(\vec{r},t)$ انتقال الاهتزازة واختصاراً الانتقال.



الشكل (1)

إنَّ كل علاقة من الشكل (1) تُمثّل موجة مستوية تنتشر بالسرعة v بالاتجاه $\vec{u}$ وتمر من النقطة M وذلك لأنها تحقق معادلة انتشار الأمواج لماكسويل المعروفة في النظرية الكهرطيسية:

$$\frac{\partial^2 S}{\partial r^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 S}{\partial t^2} \qquad (2)$$

الموجة المستوية المنتشرة وفق المحور OX:

إذا كانت النقطة M تقع على المحور OX عندئذ يمكن كتابة العلاقة (1) بالصيغة التالية:

$$S(x,t) = f(vt - x) \qquad (3)$$

وهي تمثّل موجة مستوية تنتشر بالاتجاه الموجب للمحور OX وبالسرعة v، أمّا الموجة المعرّفة بالعلاقة:

$$S(x,t) = f(vt + x) \qquad (4)$$

تمثّل موجة مستوية تنتشر بالاتجاه المعاكس للمحور OX وبالسرعة v ذاتها.

سنبرهن على سبيل المثال أنّ الموجة المعرّفة بالعلاقة (3) تحقق معادلة الانتشار ولذلك سنحسب $\frac{\partial^2 S}{\partial t^2}$ و $\frac{\partial^2 S}{\partial x^2}$:

$$\frac{\partial S}{\partial t} = v\acute{f}(vt - x)$$

$$\frac{\partial^2 S}{\partial t^2} = v^2\,\grave{\acute{f}}(vt - x)$$

$$\frac{\partial S}{\partial x} = -\acute{f}(vt - x)$$

$$\frac{\partial^2 S}{\partial x^2} = \grave{\acute{f}}(vt - x)$$

ومنه نجد أنَّ:

$$\frac{\partial^2 S}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 S}{\partial t^2}$$

برهن أنَّ الموجة: $S(x,t) = f(vt - x) + g(vt + x)$ تحقق معادلة الانتشار. أي أنها موجة مستوية؟

الموجة المستوية الجيبية:

نقول عن موجة مستوية أنها جيبية إذا كان التابع f تابعاً جيبياً. مثلاً إذا كان الانتقال من الشكل:

$$S(\vec{r},t) = a\,sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{\vec{r}.\vec{u}}{\lambda}\right)\right] \qquad (5)$$

تُدعى a سعة الاهتزازة وهي القيمة العظمى للانتقال S، ويُفترض بأنَّ a ثابتة (مستقلة عن الزمن) ومنتظمة (مستقلة عن الموضع) في الأوساط المتجانسة. يُسمى المقدار T دور الاهتزازة الزمني واختصاراً الدور ويدعى المقدار λ طول الموجة وهو المسافة المقطوعة خلال دور:

$$\lambda = v\,T \tag{6}$$

أما التواتر فهو مقلوب الدور:

$$\nu = \frac{1}{T} \tag{7}$$

وعندما يُقاس الدور بالثانية فإنَّ التواتر يُقاس بالهرتز Hz وهو عدد الأدوار في الثانية.

نعرّف السرعة الزاوية بالعلاقة:

$$W = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T} \tag{8}$$

وتُقاس بالراديان / الثانية.

نعرّف شعاع الموجة بالعلاقة:

$$\vec{K} = \frac{2\pi}{\lambda}\,\vec{u} \tag{9}$$

باستخدام هذه التعاريف نكتب العلاقة (5) بالشكل التالي:

$$S(\vec{r},t) = a\,sin[wt - \vec{K}.\vec{r})] \tag{10}$$

يُدعى المقدار $\vec{K}.\vec{r}$ طور الاهتزازة ويُرمز له بـ φ ، أيّ:

$$\varphi = \vec{K}.\vec{r} = \vec{K}.\overline{OM} \tag{11}$$

وهكذا نعبّر عن الاهتزازة بالشكل:

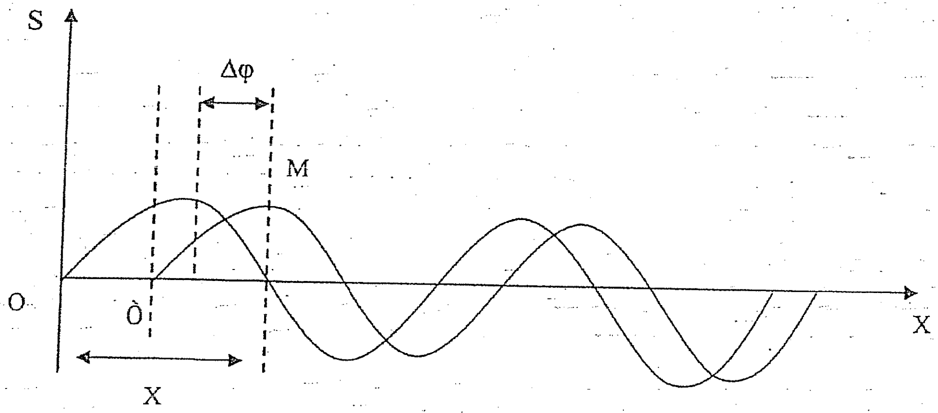
$$S = a\,sin[wt - \varphi)] \tag{12}$$

إذا كانت $\dot{O}$ نقطة بدء غير منطبقة على O، فإنَّ طور الاهتزازة في النقطة M بالاتجاه $\vec{u}$ هو:

$$\dot{\varphi} = \vec{K}.\overrightarrow{\dot{O}M} \tag{13}$$

ويكون فرق الطور:

$$\Delta\varphi = \varphi - \acute{\varphi} = \vec{K}\left(\overrightarrow{OM} - \overrightarrow{\acute{O}M}\right) = \vec{K}.\overrightarrow{O\acute{O}} \qquad (14)$$



شكل (2)

يُوضح الشكل (2) المعنى الفيزيائي للطور وهو يُبين أنَّ فرق الطور في النقطة M يساوي:

$$\Delta\varphi = \vec{K}\left(\overrightarrow{OM} - \overrightarrow{\acute{O}M}\right) = \frac{2\pi}{\lambda}.\left|\overrightarrow{O\acute{O}}\right| \qquad (15)$$

ونلاحظ كذلك بأنَّ طور الاهتزازة في النقطة M في اللحظة t يساوي طور الاهتزازة في النقطة O قبل زمن قدره $\left(t - \frac{x}{v}\right)$. فإذا رمزنا للاهتزازة في O في اللحظة t بـ:

$$S = a \sin wt \qquad (16)$$

فإنَّ الاهتزازة في M في اللحظة نفسها تكون:

$$S = a \sin \left[\mathrm{w}\left(t - \frac{x}{v}\right)\right] \qquad (17)$$

التالية:

وباستخدام العلاقة (5) نستطيع أن نكتب العلاقة (8) ~~بالشكل التالي~~

$$\left|\vec{K}\right| = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{v\,T} = \frac{w}{v} \qquad (18)$$

بالتعويض في العلاقة (16) نحصل على:

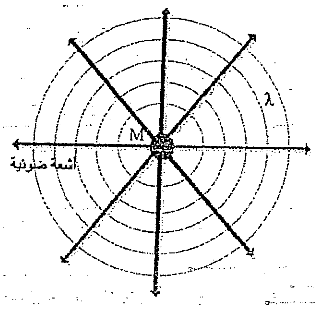
$$S = a \sin\left(wt - Kx\right) = a \sin\left(wt - \varphi\right) \qquad (19)$$

تُبيّن هذه العلاقة بوضوح فرق الطور φ بين الاهتزازة في O و M في اللحظة t.

صدر الموجة:

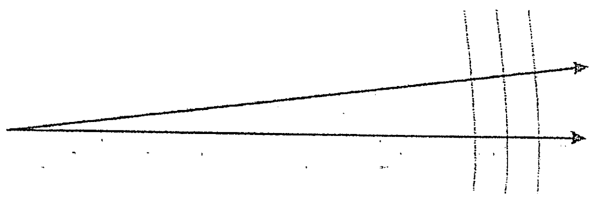
لنضع في النقطة M منبعاً للاهتزازة تُمثّل موضع سقوط حجر في ماء راكد أو تُمثّل منبعاً ضوئياً يولد هذا المنبع أمواجاً في جميع الاتجاهات.

تُعرّف صدر الموجة بأنّهُ مجموعة نقاط الفضاء التي يصلها الاهتزاز بآن واحد ويكون لجميع نقاط الاهتزاز الشدة نفسها. حيث أنَّ شدة الاهتزازة هي مربع سعتها.



الشكل (3)

بتعبير آخر صدر الموجة هو سطح تساوي شدة الاهتزازة في لحظة ما، وهذا السطح عبارة عن سطح كرة مركزها المنبع ولذلك نقول عن الموجة بأنها كروية. أمّا اتجاه الانتشار فمنطبق على نصف قطر الكرة أي معامد لصدر الموجة. أمّا إذا كان المنبع بعيد جداً فيمكننا اعتبار هذه الكرات مستويات معامدة لاتجاه الانتشار ونقول عن الموجة بأنها مستوية تقريباً كما في الشكل (4)، ولذلك يمكن اعتبار الأمواج القادمة من الشمس أمواجاً مستوية والأشعة الضوئية تكون عمودية على صدور الأمواج أي عمودية على هذه المستويات فهي أشعة متوازية. وبشكل عام تسمى الموجة بحسب الشكل الهندسي لصدرها فإذا كان كرة سميت أمواجاً كروية وإذا كان مستوياً سميت أمواجاً مستوية.

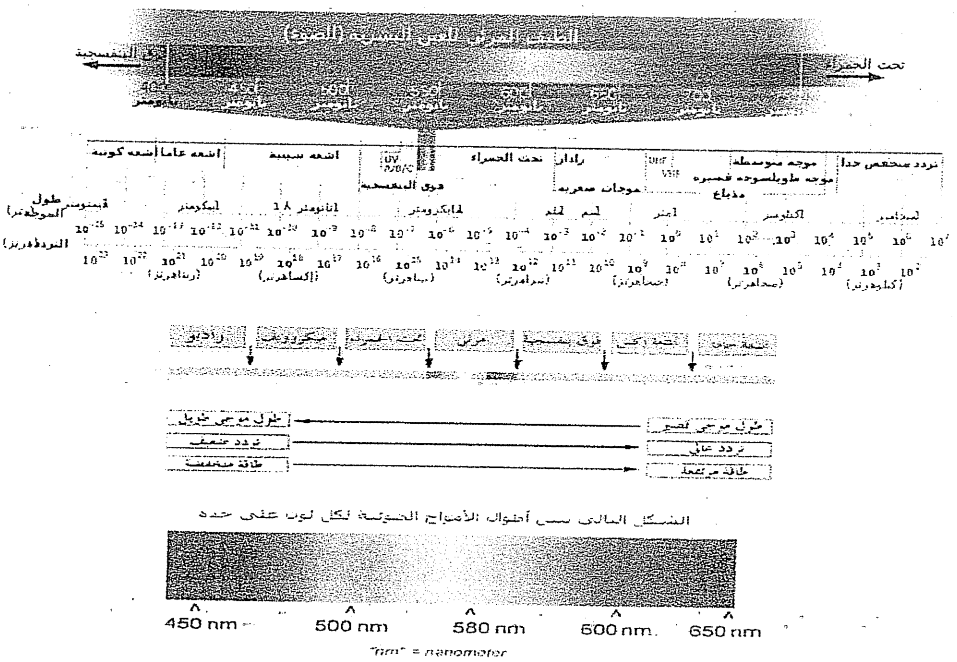


الشكل (4)

قرينة انكسار الوسط المتجانس:

نقول عن ضوء أنّهُ بسيط إذا كانت الموجة الضوئية الصادرة من المنبع الضوئي ذات تواتر محدد ووحيد ($v = \frac{1}{T}$وحيد)، وتؤلف مجموعة الأضواء البسيطة الضوء المركب (الضوء الأبيض). تؤثر الأمواج الضوئية البسيطة المختلفة على عين الإنسان بانطباعات مختلفة تترجم بالألوان ندعو كلّ منها بشعاع ضوئي وحيد اللون وتمتد من البنفسجي وحتى الأحمر بدون حدود فاصلة بشكل واضح كما في الشكل (5)، أدوارها تزداد من $1.5 * 10^{-15} sec$ للبنفسجي حتى $2.5 * 10^{-15} sec$ للأحمر أمّا تواتراتها فتتناقص من $6.6 * 10^{14} Hz$ للبنفسجي حتى $4 * 10^{14} Hz$ للأحمر.

تختلف سرعة الضوء الوحيد اللون بحسب لونه أي بحسب تواتره وكذلك بحسب طبيعة الوسط الذي ينتشر فيه، ففي وسط غير متجانس وغير متماثل المناحي تكون السرعة تابعة للموضع والاتجاه $V(M, \vec{u})$ أمّا في وسط غير متجانس ومتماثل المناحي تكون السرعة تابعة للموضع فقط $V(M)$ وفي وسط متجانس ومتماثل المناحي تكون السرعة ثابتة وتتغير قيمتها من وسط إلى آخر. أما سرعة الضوء في الخلاء فهي ثابتة بالنسبة لجميع الألوان وتساوي $3 * 10^{8} m/s$ وهي أكبر من سرعته في الهواء وفي أي وسط آخر.



الشكل (5)

نعرّف قرينة الانكسار المطلقة لوسط ما (قرينة الانكسار بالنسبة للخلاء) بالنسبة لشعاع وحيد اللون بأنها نسبة سرعة الضوء في الخلاء إلى سرعته في وسط الانتشار أيّ:

$$n = \frac{c}{v}$$

بما أنّ سرعة الضوء في الخلاء أكبر منها في الوسط (في كل مجال الضوء المرئي) فإنّ قرينة الانكسار هي دائماً أكبر من الواحد وتابعة لتواتر الضوء المستخدم وسنوضح ذلك من خلال المثال التالي:

قرينة أنكسار الزجاج هي:

$\lambda = 4861\, A^0$ من أجل $n = 1.5214$

$\lambda = 5893\, A^0$ من أجل $n = 1.5153$

$\lambda = 6560\, A^0$ من أجل $n = 1.5127$

نلاحظ أنّ قرينة الانكسار تتناقص بازدياد طول الموجة.

تعطي الجداول عادة قرينة الانكسار بالنسبة لضوء الصوديوم البرتقالي $\lambda = 5893\, A^0$. سنذكر قرينة انكسار بعض المواد:

المادة	قرينة الانكسار
الماء	1.3330
الأسيتون	1.3620
البنزين	1.5014
كبريت الفحم	1.6277
الألماس	2.4173

لقد قيست قرينة الانكسار في هذا الجدول في درجة الحرارة $20\, C^0$ لأن قرينة الانكسار تتغير بالحرارة.

$$\lambda = V\,T \quad , \quad \lambda_0 = C\,T \qquad (20)$$

حيث: T : دور الموجة الضوئية هو مقدار مستقل عن الوسط الذي تنتشر فيه ولا يتعلق إلا بالمنبع.

λ, λ_0: طول الموجة في الخلاء وفي وسط الانتشار على الترتيب.

من العلاقتين (20) نجد:

$$\frac{\lambda_0}{\lambda} = \frac{C}{V} = n \qquad (21)$$

وبالتالي يمكن تعريف قرينة الانكسار بأنها نسبة طول الموجة في الخلاء إلى طول الموجة في وسط الانتشار.

نعرّف قرينة الانكسار النسبية لوسط (2) بالنسبة لوسط (1) ونرمز لها بـ n_{21} بأنها نسبة سرعة الضوء في الوسط الأول على سرعته في الوسط الثاني:

$$n_{21} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{C/V_2}{C/V_1} = \frac{n_2}{n_1} \qquad (22)$$

تطبيق: تساوي طول موجة الضوء الأحمر الصادر من ليزر الهيليوم-نيون 633nm في الهواء، 474nm في الخلط المائي للعين البشرية. المطلوب: احسب قرينة انكسار الخلط المائي وسرعة وتردد الضوء في هذه المادة؟

الحل: $n = \frac{\lambda_0}{\lambda} = \frac{633}{474} = 1.335$

وهي قيمة قريبة جداً من قرينة انكسار الماء ($n_{H2O} = 1.333$).

$$n = \frac{C}{v} \Rightarrow v = \frac{C}{n} = \frac{3 \times 10^8}{1.335} = 2.25 \times 10^8 m/s$$

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{2.25 \times 10^8}{474 \times 10^{-9}} = 4.75 \times 10^{14} Hz$$

$$f_0 = \frac{C}{\lambda_0} = \frac{3 \times 10^8}{633 \times 10^{-9}} = 4.74 \times 10^{14} Hz$$

أي أنَّ التردد لا يختلف باختلاف المادة(التردد ثابت).

تمرين: يهتز وتر مشدود بحركة اهتزازية توافقية بسيطة تواترها (250Hz) وسعتها (2.6m) وذلك عندما نطبق عليه قوة شد مقدارها (140N) من أحد طرفيه. فإذا كانت النهاية الأخرى للوتر مزاحة نحو الأعلى بمقدار (1.6m) وكانت الكتلة الخطية للوتر تساوي (0.12Kg/m) أوجد مايلي:

1- طول الموجة المتشكلة؟ 2- اكتب معادلة الموجة التي تصف الموجة المستقرة؟

الحل: 1-

$$v = \sqrt{\frac{F_T}{m}} = \sqrt{\frac{140}{0.12}} = 34.15\, m/sec$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{v}{\nu} = \frac{34.15}{250} = 0.136m$$

2- تُعطى معادلة الموجة المتحركة نحو اليمين بالعلاقة التالية:

$$y = y_0 \sin(Kx - wt + \varphi)$$

بتعويض معطيات المسألة في معادلة الموجة في اللحظة (t = 0) نجد:

$$1.6 = 2.6\sin(\varphi) \Rightarrow \varphi = \sin^{-1}\left(\frac{1.6}{2.6}\right) \cong 38^0 = 38 \times \frac{\pi}{180} = 0.66rad$$

$$w = 2\pi\nu = 2\pi \times 250 = 1570\, rad/s \Rightarrow K = \frac{2\pi}{\lambda} = 46.19m^{-1}$$

نعوض في معادلة الموجة نجد:

$$y = 2.6\sin\big((46.19)x - 1570t + 0.66\big)$$