كلية العلوم

القسم : **الكيمياء**

السنة : **الثانية**

المادة : اهتزازات وامواج

المحاضرة : الرابعة/نظري/دكتورة

{{ A to Z مكتبة }}

Facebook Group : A to Zمكتبة

Syrian Arab Republic
Ministry of Higher Education and Scientific Research
Tartous University
Faculty of Science
Department of chemistry

الجمهورية العربية السورية
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة طرطوس
كلية العلوم
قسم الكيمياء

المحاضرة الرابعة لمقرر الاهتزازات والأمواج لطلاب السنة الثانية كيمياء - د. سمر عمران

انتشار الأمواج

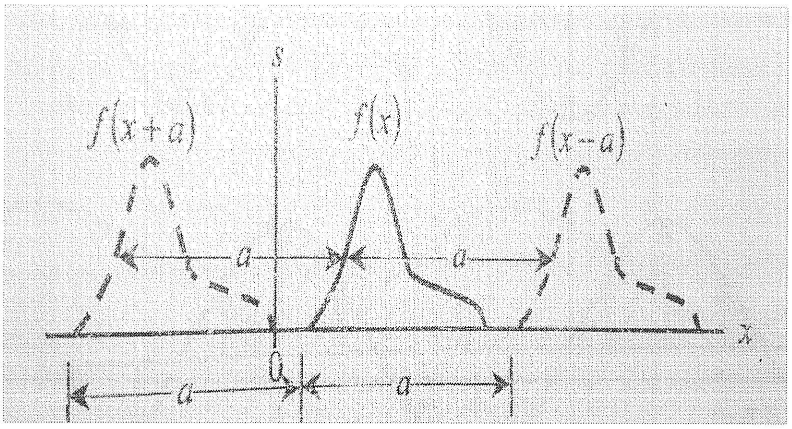
الأمواج الطولانية: تسمى الموجة التي تنتشر بحيث يكون اتجاه الاهتزاز منطبقاً على اتجاه انتشار الموجة بالموجة الطولانية، وتعتبر الأمواج الصوتية أهم الأمثلة على الأمواج الطولانية.

الأمواج العرضانية: تسمى الموجة التي تنتشر بحيث يكون اتجاه الاهتزاز عمودياً على اتجاه انتشار الموجة بالموجة العرضانية، ومثال على ذلك: الامواج التي تنتشر على وتر مشدود، والأمواج التي تنتشر على سطح الماء، وكذلك الأمواج الكهرومغناطيسية بما فيها أمواج الضوء.

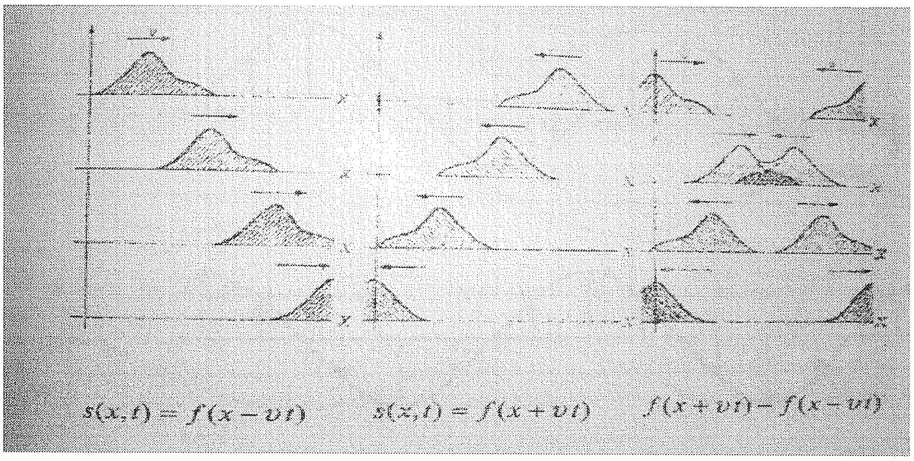
أمواج الفتل: تسمى الموجة التي تنتشر بشكل لولبي بينما يكون سطح الدائرة عمودياً بالنسبة لاتجاه انتشار الموجة بموجة الفتل. تحدث هذه الأمواج عند فتل قضيب معدني حول نفسه.

الوصف الرياضي للحركة الموجية:

نعتبر التابع $s = f(x)$ الممثل بالمنحني المستمر المبين بالشكل (1). إذا استبدلنا كل متغير x بآخر $(x - a)$ نحصل على التابع $s(x) = f(x - a)$، ونلاحظ أنَّ شكل منحني التابع لا يتغير. وإذا استبدلنا كل متغير x بآخر $(x + a)$ نحصل على التابع $s(x) = f(x + a)$، ونلاحظ أنَّ شكل منحني التابع لا يتغير أيضاً. بفرض أنَّ $a = vt$، حيث t الزمن. عندئذ منحني التابع $s(x, t) = f(x - vt)$ ينتقل نحو اليمين بسرعة v تسمى سرعة الطور كما يبدو في الشكل $(2a)$، وبالمثل منحني التابع $s(x, t) = f(x + vt)$ ينتقل نحو اليسار بسرعة الطور، كما في الشكل (2b)، أمّا الشكل $(2c)$ فيمثل انتشار موجتين تتحركان باتجاهين متعاكسين، إما باتجاه التقابل أو باتجاه التباعد وبالسرعة v .



الشكل (1): انسحاب دون تشوه للتابع $f(x)$.



(a) (b) (c)

الشكل (2): (a) انتشار الموجة نحو اليمين، (b) انتشار الموجة نحو ~~اليمين~~ اليسار، (c) انتشار موجتين باتجاهين متعاكسين.

نستنتج مما سبق أنَّ المعادلة الرياضية للحركة الموجية هي من الشكل التالي:

$$s(x,t) = f(x \pm vt) \qquad (1)$$

تُمثّل المعادلة الأخيرة صيغة رياضية لوصف حالة فيزيائية تنتشر دون تغير بالاتجاه الموجب أو السالب للمحور x وهذا ما نسميه حركة موجية. يمكن أن تُمثّل الدالة (التابع) $s(x,t)$ أنواعاً أخرى من الحالات الفيزيائية مثل تشوّه الجسم الصلب، أو تغيّر الضغط في غاز، أو الحقل الكهربائي أو المغناطيسي، وغيرها.

إنَّ الحالة الأكثر أهمية هي الحالة التي يكون $s(x,t)$ فيها تابعاً جيبياً مثل:

$$s(x,t) = s_0 \sin K(x - vt) \qquad (2)$$

إذا بدلنا x بالقيمة $x + \left(\frac{2\pi}{K}\right)$ نحصل على قيمة $s(x,t)$ نفسها، أي أنَّ:

$$s\left[x + \left(\frac{2\pi}{K}\right) - vt\right] = s_0 \sin K \left[x + \left(\frac{2\pi}{K}\right) - vt\right]$$

$$s\left[x + \left(\frac{2\pi}{K}\right) - vt\right] = s_0 \sin[K(x - vt) + 2\pi]$$

$$s\left[x + \left(\frac{2\pi}{K}\right) - vt\right] = s(x - vt)$$

نسمي المقدار $\left(\frac{2\pi}{K}\right)$ طول الموجة أو الدور المكاني للموجة ونرمز لهُ بالرمز λ، $K = \frac{2\pi}{\lambda}$ يُسمى العدد الموجي. وبالتالي فإنَّ المعادلة (2) تُكتب بالصيغة التالية:

$$s(x,t) = s_0 \sin K(x - vt) = s_0 \sin\left[\frac{2\pi}{\lambda}(x - vt)\right] \qquad (3)$$

تُمثّل المعادلة الأخيرة معادلة موجية جيبية تنتشر نحو اليمين بطول موجي λ، وبسرعة طور v على طول المحور X. ويمكن كتابتها بالشكل التالي:

$$s(x,t) = s_0 \sin(Kx - wt) \qquad (4)$$

حيث: $w = Kv = \frac{2\pi v}{\lambda}$، ولدينا سابقاً $w = 2\pi\nu$ حيث ν التواتر الخطي (التردد) الذي تتغير من أجله الحالة الفيزيائية في كل نقطة x، يكون لدينا:

$$\frac{2\pi v}{\lambda} = 2\pi\nu \quad \Rightarrow \quad v = \lambda\nu \qquad (5)$$

تُمثّل هذه المعادلة العلاقة بين تواتر الحركة الموجية وسرعة انتشارها. إذا كان T دور الاهتزاز في كل نقطة $\mathrm{T} = \frac{2\pi}{w} = \frac{1}{\nu}$، فإنَّ المعادلة (3) يمكن أن تُكتب بالشكل:

$$s(x,t) = s_0 \sin 2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}\right) \qquad (6)$$

وبنفس الطريقة نجد أنَّ:

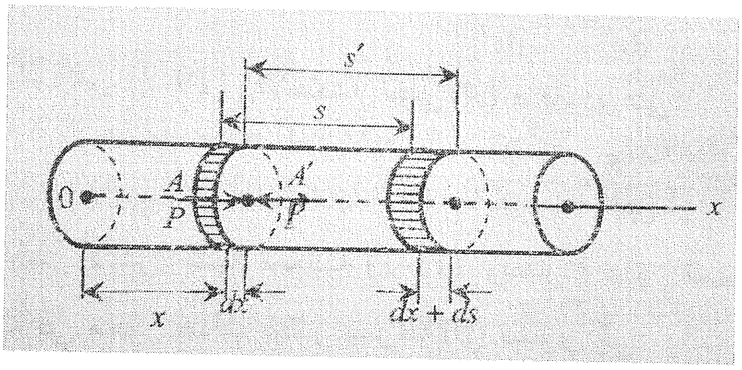
$$s = s_0 \sin K(x + vt) = s_0 \sin(Kx + wt) = s_0 \sin 2\pi\left(\frac{x}{\lambda} + \frac{t}{T}\right) \qquad (7)$$

تُمثّل هذه الصيغة معادلة موجية جيبية تنتشر بالاتجاه السالب للمحور X– .

انتشار أمواج الضغط في غاز داخل وعاء اسطواني:

سندرس في هذه الفقرة انتشار أمواج الضغط في غاز ما، ولتسهيل الدراسة نعتبر أنَّ الغاز موجود داخل وعاء اسطواني ونفرض أنَّ $(\rho_0\, ,\mathrm{P}_0)$ الضغط والكتلة الحجمية للغاز في حالة التوازن أيّ أنهما مستقلان عن المتغير x. إذا تغير ضغط الغاز فإنَّ عنصر الحجم (Adx) سوف يبدأ بالحركة لأن الضغطين $(\grave{P}\, ,\mathrm{P}_0)$ على $(\grave{A}\, ,A)$ مختلفان وينشأ عن اختلافهما قوة محصلة، شكل (3). هذا بدوره يقود إلى انتقال المقطع A بالمقدار s وانتقال المقطع $\grave{A}$ بالمقدار $\grave{s}$ وتصبح سماكة عنصر الحجم بعد التشوّه مساوية إلى $dx + (\grave{s} - s) = dx + ds$، وبما أنَّ تغير حجم الغاز يترافق عادةً بتغير الكثافة بسبب تغير ضغط الغاز فإنَّ كتلة عنصر الحجم المعتبر في حالة التوازن تساوي $\rho_0 Adx$ وكتلته في حالة الانضغاط تساوي $\rho A(dx + ds)$، حيث ρ الكتلة الحجمية للغاز. وحسب قانون انحفاظ الكتلة فإنَّ هاتين الكتلتين متساويتان، أي أنَّ:

$$\rho A(dx + ds) = \rho_0 Adx \quad \Rightarrow \quad \rho\left(1 + \frac{\partial s}{\partial x}\right) = \rho_0 \qquad (8)$$



الشكل (3): أمواج الضغط في أسطوانة غاز.

وعليه فإنَّ الكتلة الحجمية للغاز بعد تغير الضغط تساوي إلى:

$$\rho = \frac{\rho_0}{\left(1 + \frac{\partial s}{\partial x}\right)} \qquad (9)$$

وبما أنَّ $\frac{\partial s}{\partial x}$ صغيرة فإنّهُ يمكن استبدال المقدار $\left(1 + \frac{\partial s}{\partial x}\right)^{-1}$ بالحدين الأول والثاني من منشوره، أي بالحدين $1 - \left(\frac{\partial s}{\partial x}\right)$ فنحصل على:

$$\rho = \rho_0\left(1 - \frac{\partial s}{\partial x}\right) \quad \Rightarrow \quad \frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} = -\frac{\partial s}{\partial x} \qquad (10)$$

نعلم أنَّ الضغط P يرتبط بالكتلة الحجمية ρ بمعادلة الحالة، ويمكن كتابة $P = f(\rho)$.

بعد نشره وفق سلسلة تايلور كما يلي:

$$P = P_0 + (\rho - \rho_0)\left(\frac{dP}{d\rho}\right)_{\rho_0} + \frac{1}{2}(\rho - \rho_0)^2\left(\frac{d^2P}{d\rho^2}\right)_{\rho_0} + \cdots \ldots\ldots \qquad (11)$$

وفي حالة التغيرات الصغيرة للكثافة نكتفي بالحدين الأول والثاني، فيكون لدينا:

$$P = P_0 + (\rho - \rho_0)\left(\frac{dP}{d\rho}\right)_{\rho_0} \qquad (12)$$

لندخل إلى هذه العبارة الرمز التالي الذي يمثل عامل المرونة الحجمي والمقدر بواحدة $N.m^{-2}$ وهي الواحدة نفسها المستخدمة من أجل الضغط:

$$\kappa = \rho_0\left(\frac{dP}{d\rho}\right)_{\rho_0} \qquad (13)$$

وعليه يمكن أن نكتب العلاقة:

$$P = P_0 + \kappa\frac{(\rho - \rho_0)}{\rho_0} \qquad (14)$$

تسمى المعادلة الأخيرة قانون هوك في الموائع، وتُكتب باستخدام المعادلة (10) بالشكل التالي:

$$P = P_0 - \kappa\frac{\partial s}{\partial x} \qquad (15)$$

لتعيين معادلة حركة عنصر الحجم نقوم بما يلي: لدينا كتلة عنصر الحجم (Adx) تساوي $(\rho_0 Adx)$ وتسارعه $\frac{\partial^2 s}{\partial t^2}$ والغاز الموجود إلى يسار عنصر الحجم يدفعه نحو اليمين بقوة $F = PA$، كما ويدفع الغاز الموجود إلى يمين عنصر الحجم نحو اليسار بقوة $\grave{F} = \grave{P}A$. إنَّ القوة المحصلة في الاتجاه $+X$ تساوي $(P - \grave{P})A = -Adp$، حيث $dP = \grave{P} - P$، وعليه فإنَّ معادلة الحركة هي:

$$-AdP = \rho_0 Adx\frac{\partial^2 s}{\partial t^2} \;\Rightarrow\; \frac{\partial P}{\partial x} = -\rho_0\frac{\partial^2 s}{\partial t^2} \qquad (16)$$

نلاحظ من المعادلة (16) وجود متغيرين هما الانتقال s والضغط P. ومن جهة أخرى بمفاضلة المعادلة (15) بالنسبة للمتغير x، حيث $P_0 = cte$ بالنسبة للمتغير x ذاته، نجد:

$$\frac{\partial P}{\partial x} = -\kappa\frac{\partial^2 s}{\partial x^2} \qquad (17)$$

بمساواة المعادلتين (16) و (17) طرفاً لطرف يمكن أن نكتب:

$$\frac{\partial^2 s}{\partial t^2}=\frac{\kappa}{\rho_0}\frac{\partial^2 s}{\partial x^2} \qquad (18)$$

بمقارنة المعادلة (18) مع معادلة انتشار الأمواج لماكسويل أو ما يسمى المعادلة التفاضلية الموجية في بعد واحد: $\frac{\partial^2 s}{\partial t^2}=v^2\frac{\partial^2 s}{\partial x^2}$، نجد أنَّ أمواج الضغط في غاز داخل وعاء اسطواني تنتشر بسرعة تساوي إلى:

$$v=\sqrt{\frac{\kappa}{\rho_0}} \qquad (19)$$

تمرين: يهتز وتر مشدود بحركة اهتزازية توافقية بسيطة تواترها (250Hz) وسعتها (2.6m) وذلك عندما نطبق عليه قوة شد مقدارها (140N) من أحد طرفيه. فإذا كانت النهاية الأخرى للوتر مزاحة نحو الأعلى بمقدار (1.6m) وكانت الكتلة الخطية للوتر تساوي (0.12Kg/m) أوجد مايلي:

1- طول الموجة المتشكلة؟ 2- اكتب معادلة الموجة التي تصف الموجة المستقرة؟

الحل: 1-

$$v=\sqrt{\frac{F_T}{m}}=\sqrt{\frac{140}{0.12}}=34.15\,m/sec$$

$$\Rightarrow\ \lambda=\frac{v}{\nu}=\frac{34.15}{250}=0.136m$$

2- تُعطى معادلة الموجة المتحركة نحو اليمين بالعلاقة التالية:

$$y=y_0\sin(Kx-wt+\varphi)$$

بتعويض معطيات المسألة في معادلة الموجة في اللحظة $(t=0)$ نجد:

$$1.6=2.6\sin(\varphi)\Rightarrow\varphi=\sin^{-1}\left(\frac{1.6}{2.6}\right)\cong 38^0=38\times\frac{\pi}{180}=0.66rad$$

$$w=2\pi\nu=2\pi\times 250=1570\,rad/s\ \Rightarrow\ K=\frac{2\pi}{\lambda}=46.19m^{-1}$$

نعوض في معادلة الموجة نجد:

$$y=2.6\sin\big((46.19)x-1570t+0.66\big)$$