كلية العلوم

القسم : **الكيمياء**

السنة : **الاولى**

المادة : رياضيات عامة١

المحاضرة : الثانية/نظري/

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

كلية العلوم ، كلية الصيدلة ، الهندسة التقنية

2025

٧

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر (What's app-Telegram) على الرقم 0931497960

خواص المحددات

1) إذا كانت A مصفوفة مربعة من الرتبة n فإن $|A| = |A^T|$

أي أن أي محدد مستوفي مصفوفة مربعة يساوي محدد المصفوفة.

2) إذا بادلنا بين موضعي سطرين (عمودين) في محدد ما مع المحافظة على وضعية باقي الأسطر (الأعمدة) في هذا المحدد فإن إشارة المحدد فقط هي التي تتغير.

مثال لدينا:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & -4 \\ 2 & 6 & -1 \\ 3 & 5 & -8 \end{vmatrix} = 15$$

لو بادلنا بين السطرين الأول والثاني في المحدد نجد:

$$\begin{vmatrix} 2 & 6 & -1 \\ 1 & 2 & -4 \\ 3 & 5 & -8 \end{vmatrix} = 2\begin{vmatrix} 2 & -4 \\ 5 & -8 \end{vmatrix} - 6\begin{vmatrix} 1 & -4 \\ 3 & -8 \end{vmatrix} + (-1)\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{vmatrix}$$

$$= 2(4) - 6(4) + (-1)(-1) = -15$$

3) تكون قيمة المحدد مساوية للصفر في الحالات الآتية:

- إذا تشابه سطران (عمودان).
- إذا كانت عناصر أحد أسطر (الأعمدة) مصدومة.
- إذا كانت عناصر أحد الأسطر (الأعمدة) في محدد ما بعدد ثابت.

4) إذا ضربنا عناصر أحد الأسطر (الأعمدة) في المحدد الثابت $k \neq 0$ فإن المحدد يضرب بهذا العدد الثابت (أي يمكن إخراج العامل المشترك بين عناصر سطر (عمود) في محدد ما خارج هذا المحدد) أي

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ ka_{21} & ka_{22} & \cdots & ka_{2n} \\ \vdots & & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} = k \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 0 & 5 & 1 \\ 4 & 2 & -1 \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 5 & 1 \\ 4 & 2 & -1 \end{vmatrix}$$

مثلاً:

يتم الحل بالمحاضرة

مشاركة الطلاب لطلبة عملي

مثال: احسب مستفيداً من الخاصية السابقة قيمة المحدد:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 5 & 3 \\ 2 & 8 & 6 \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 5 & 3 \\ 1 & 4 & 3 \end{vmatrix} = (2)(3) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 5 & 1 \\ 1 & 4 & 1 \end{vmatrix} = 2.3.0 = 0$$

أخرجنا 2 عامل مشترك لعناصر السطر الثالث

أخرجنا 3 عامل مشترك لعناصر العمود الثالث

متماثلة صف لتشابه عمودين هي العمود الأول والعمود الثالث متساويان

5) قيمة محدد ما إذا أضفنا إلى عناصر سطر (عمود) آخر مضروبة بعدد ما $k \neq 0$ فإن قيمة هذا المحدد لا تتغير.

مثال: أوجد قيمة المحدد:

$$\begin{vmatrix} 2 & 5 & -3 & -2 \\ -2 & -3 & 2 & -5 \\ 1 & 3 & -2 & 2 \\ -1 & -6 & 4 & 3 \end{vmatrix}$$

يمكننا الحل بعدة طرق سنذكر طريقة ثانية للحل في ملحق الفصل.

نضيف السطر الثاني إلى السطر الأول والسطر الثالث إلى السطر الرابع

$$\xrightarrow[r_3+r_4]{r_2+r_1} \begin{vmatrix} 0 & 2 & -1 & -7 \\ -2 & -3 & 2 & -5 \\ 1 & 3 & -2 & 2 \\ 0 & -3 & 2 & 5 \end{vmatrix}$$

نضرب عناصر السطر الثالث بـ 2 ونجمعه إلى السطر الثاني $\xrightarrow{2r_3+r_2}$

$$\begin{vmatrix} 0 & 2 & -1 & -7 \\ 0 & 3 & -2 & -1 \\ 1 & 3 & -2 & 2 \\ 0 & -3 & 2 & 5 \end{vmatrix}$$

نشر الآن وفق عناصر العمود الأول

$$= (-1)^{3+3} \begin{vmatrix} 2 & -1 & -7 \\ 3 & -2 & -1 \\ -3 & 2 & 5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & -1 & -7 \\ 3 & -2 & -1 \\ -3 & 2 & 5 \end{vmatrix}$$

$$\xrightarrow{r_2 + r_3} \begin{vmatrix} 2 & -1 & -7 \\ 3 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 4 \end{vmatrix}$$

واذا بنشوف عناصر السطر الثالث

$$= (-1)^{3+3} \cdot 4 \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{vmatrix} = 4 \cdot [(2)(-2) - (-1)(3)]$$

$$4 \cdot (-1) = -4$$

6) محدد المصفوفة المثلثية العليا (السفلى) يساوي جداء عناصر قطرها الرئيسي.

مثال:

$$\begin{vmatrix} 3 & 0 & 6 \\ 0 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & 4 \end{vmatrix} = (3)(2)(4) = 24$$

نستخدم هذه الخاصة بإيجاد أي محدد إلى شكله المثلثي ثم نطبقها باستخدام الخواص السابقة.

7) $$|A \cdot B| = |A| \cdot |B|$$

$$|A_1 A_2 \dots A_n| = |A_1| \, |A_2| \dots |A_n|$$

يشارك الطلاب بحله

تمرين: أوجد قيمة المحدد

وظيفة

ثم حله بالجامعة

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & 1 & 4 \\ 1 & -1 & -1 & -1 \end{vmatrix} \xrightarrow[-r_1 + r_4]{-r_1 + r_2} \xrightarrow{-2r_1 + r_3}$$

العمود الذي سنعمل عليه

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & -2 & -2 & -2 \end{vmatrix} \xrightarrow[2r_3+r_4]{2r_3+r_2} \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 2 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & -4 & 2 \end{vmatrix}$$

الذي استغل عليه (1 فقط)

ممكن بدله أول عملية $2r_3+r_2$ أو $2r_3+r_4$

نرتب السطور بحيث أحصل على مثلثية

$$\xrightarrow{r_2 \leftrightarrow r_3} \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & -4 & +2 \end{vmatrix} \xrightarrow{-2r_3+r_4} \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{vmatrix}$$

~~$(1)(1)(-2)(-2) = 4$~~

~~$(1)(1)(-2)(-2) = -4$~~

لأنه محدد المصفوفة مثلثية عليا

تم كتابة السؤال

رتبة مصفوفة ـ المتواليات الأولية على مصفوفة:

1 ـ رتبة مصفوفة: نقول عن المصفوفة A إن لها رتبة تساوي العدد k ونرمز لذلك بـ $r(A)$ إذا كان:

- يوجد صغير واحد على الأقل من المرتبة k قيمته لا تساوي الصفر
- كل صغير من المرتبة $k+1$ يساوي الصفر

(أو بكلام آخر إذا رتبة مصفوفة هي مرتبة أكبر صغير لا يساوي الصفر)

ملاحظة: إن رتبة المصفوفة الصفرية تعد مساوية للصفر.

مثال: رتبة المصفوفة $A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ هي: $r(A) = 1$

لأنه يوجد عناصر غير معدومة وكل صغير أعلى المرتبة الأولى في حين أن $|A| = 0$ وهو من المرتبة الثانية.

أما $B=\begin{bmatrix}3&1&2\\0&1&2\\6&2&4\end{bmatrix}$ فإن $r(B)=2$ لأنه يوجد صفر مثل $\begin{vmatrix}3&1\\0&1\end{vmatrix}$ غير معدوم

في حين $|B|=0$

بينما المصفوفة $C=\begin{bmatrix}2&4&2\\0&2&-2\\0&0&3\end{bmatrix}$ فإن $r(C)=3$

و $|C|=12$

أي صفرها الوحيد هو المحددة المثلثية غير معدومة

2 ـ العمليات الأولية على مصفوفة:

هنالك بعض العمليات التي تجرى على المصفوفة (على أسطرها أو على أعمدتها) بغية تسهيل العامل معها وتسمى إنجاز هذه العمليات بما يأتي:

1 ـ ضرب أحد أسطر (أعمدة) المصفوفة بعدد يختلف عن الصفر

2 ـ إضافة أحد أسطر (أعمدة) المصفوفة إلى سطر (عمود) آخر بعد ضربه بعدد يختلف عن الصفر.

3 ـ المبادلة بين موضعي سطرين (عمودين) في المصفوفة.

تعريف: نقول عن مصفوفتين A و B إنهما متكافئتان ونكتب $A \sim B$ إذا كانت كل منهما تنتج عن الأخرى بإجراء عدد من العمليات الأولية

مبرهنة: إن تطبيق العمليات الأولية على مصفوفة A لا يغير رتبتها

أي إذا كان $A \sim B$ فإن $r(A)=r(B)$.

ملاحظة: لحساب رتبة مصفوفة معطاة نعمد إلى العمليات الأولية في إيجاد مصفوفة مماثلة لها الرتبة تستطاع بسهولة حساب رتبتها.

تعريف: المصفوفة ذات الشكل

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1k} & a_{1,k+1} & \cdots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & \cdots & a_{2k} & a_{2,k+1} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \\ 0 & 0 & & a_{kk} & a_{k,k+1} & \cdots & a_{kn} \\ 0 & 0 & & 0 & 0 & & 0 \end{bmatrix}$$

حيث $a_{11} \neq 0, a_{22} \neq 0, a_{kk} \neq 0$ تسمى مصفوفة متدرجة.

مبرهنة: يكافئ كل مصفوفة إلى مصفوفة متدرجة بإجراء عدد من العمليات الأولية على أسطرها.

نتيجة: إن رتبة المصفوفة المتدرجة تساوي عدد الأسطر غير الصفرية فيها.

مثال: اعتماداً على العمليات الأولية أوجد رتبة المصفوفات

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \\ 1 & 4 & 3 \end{bmatrix} \xrightarrow[r_1+r_2]{-r_1+r_3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 2 \\ 0 & 3 & 2 \end{bmatrix} \xrightarrow{-r_2+r_3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow r(A) = 2$$

وهو عدد الأسطر غير الصفرية

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & 1 & 4 \\ 1 & -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \xrightarrow[-r_1+r_4]{-r_1+r_2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & -2 & -2 & -2 \end{bmatrix} \xrightarrow[2r_3+r_4]{2r_3+r_2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 2 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & -4 & 2 \end{bmatrix} \xrightarrow{r_2 \leftrightarrow r_3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 18 & -4 \end{bmatrix} \Rightarrow r(A) = 4$$

- قوى مصفوفة : إذا كانت المصفوفة A مربعة فإن مصفوفة الجداء A^2 تسمى مربع المصفوفة A ونرمز لها بالرمز A^2 كما أن $A^2 A$ تسمى مكعب المصفوفة A ونرمز لها بـ A^3 وهكذا فإن المصفوفة A مرفوعة للأس n حيث :

$$A^n = \underbrace{A.A \dots A}_{n \text{ مرة}} \quad ; n \in \mathbb{N}$$

$$A^0 = I$$

- نقول عن المصفوفة المربعة A إنها مصفوفة خاملة أو محايدة للقوى إذا كان $A^2 = A$

ونقول إنها مصفوفة منعدمة (معدومة القوى) إذا كان $A^n = 0$; $n \geq 0$

في n مرتبة الانعدام

مثال : بين هل المصفوفة $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ خاملة ؟

$$A^2 = A.A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = A \Rightarrow \text{خاملة}$$

خواص قوى مصفوفة :

$$A^m . A^n = A^{m+n}$$

$$(A^m)^n = A^{m.n}$$

- كثيرة حدود مصفوفة : نفرض أن A مصفوفة مربعة من المرتبة n

وليكن $f(x)$ كثيرة حدود اختيارية معطاة بالشكل :

$$f(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_n x^n$$

حيث $a_0, \dots, a_n$ مقادير عددية اختيارية (معاملات)

في التركيب $f(A) = a_0 I + a_1 A + a_2 A^2 + \dots + a_n A^n$

$f(A)$ حيث A مصفوفة مربعة من المرتبة n تسمى كثيرة حدود A ويرمز لها $f(A)$ نلاحظ أنه يمكن الحصول على $f(A)$ بالتعويض في كثيرة الحدود $f(x)$ كل x بـ A.

- ملاحظة : عندما يكون $f(A) = 0$ نقول عن A أنها تحقق $f(A)$

مثال: أوجد $f(A)$ إذا كان: $f(x)=x^3-3x^2-2x+4$

$A=\begin{bmatrix}2&2\\3&-1\end{bmatrix}$

$f(A)=A^3-3A^2-2A+4I$: الحل

$A^2=A.A=\begin{bmatrix}10&2\\3&7\end{bmatrix}$ $\quad A^3=A^2A=\begin{bmatrix}26&18\\27&-1\end{bmatrix}$

$$\Rightarrow f(A)=\begin{bmatrix}26&18\\27&-1\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}30&6\\9&21\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}4&4\\6&-2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}4&0\\0&4\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}-4&8\\12&-16\end{bmatrix}$$

أثر مصفوفة: هو مجموع عناصر القطر الرئيسي في المصفوفة

أثر المصفوفة A ويرمز له بالرمز $tr(A)$ $\quad A=[a_{ij}]$

أي أن:

$$tr(A)=\sum_{i=1}^{n} a_{ii}$$

مثال:

$A=\begin{bmatrix}1&2\\3&4\end{bmatrix}$ $\quad tr(A)=1+4=5$

$B=\begin{bmatrix}-4&-6&-4\\16&20&10\\-40&-44&-20\end{bmatrix}$ $\quad tr(B)=-4+20-20=-4$

معكوب مصفوفة

- نقول عن المصفوفة المربعة A إنها نظامية إذا كان $|A| \neq 0$ وخلاف ذلك تسمى مصفوفة شاذة.

- إن معكوس (معكوب) المصفوفة المربعة النظامية A هو المصفوفة المربعة النظامية B التي من أجلها يكون $A.B = B.A = I$ حيث A، B عن المرتبة نفسها و I مصفوفة واحدية من مرتبة A، B نرمز

- نرمز لمعكوب المصفوفة A بالرمز A^{-1} عندما يكون:

$$A.A^{-1} = A^{-1}.A = I$$

مبرهنة: الشرط اللازم والكافي لكي يكون للمصفوفة المربعة معكوب هو أن تكون هذه المصفوفة نظامية.

- تعريف: المصفوفة المساعدة $\Gamma(A)$ لمصفوفة مربعة $A = [a_{ij}]$ هي منقول المصفوفة التي عناصرها هي المتممات الجبرية لعناصر المصفوفة المفروضة أي أن: $\Gamma(A) = [A_{ij}]^T = [A_{ji}]$

الخطوات المتبعة لإيجاد معكوب مصفوفة مربعة:

1. نحسب محدد المصفوفة، ويجب أن يكون $|A| \neq 0$ أي A مصفوفة نظامية
2. نوجد المصفوفة المساعدة $\Gamma(A)$
3. نحسب المعكوب بتطبيق العلاقة: $A^{-1} = \frac{\Gamma(A)}{|A|}$

مثال: أوجد معكوب المصفوفة: $A=\begin{bmatrix}1 & 2 & 3\\ -3 & -1 & 1\\ 2 & 1 & -1\end{bmatrix}$

الحل:

$$\begin{vmatrix}1 & 2 & 3\\ -3 & -1 & 1\\ 2 & 1 & -1\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}1 & 2 & 5\\ -3 & -1 & 0\\ 2 & 1 & 0\end{vmatrix}=5\begin{vmatrix}-3 & -1\\ 2 & 1\end{vmatrix}$$

(عمود)

$$=5(-1)=-5\neq 0$$

نلاحظ أن المصفوفة A نظامية وبالتالي يوجد لها معكوب

نشكل المصفوفة المساعدة وذلك بإيجاد مصفوفة المرافقات الكمرية

نوجد المرافقات الكمرية لعناصر المصفوفة A:

$$A_{11}=\begin{vmatrix}-1 & 1\\ 1 & -1\end{vmatrix}=0 \qquad A_{12}=-\begin{vmatrix}-3 & 1\\ 2 & -1\end{vmatrix}=-1 \quad (-1)^{1+2}$$

$$A_{13}=\begin{vmatrix}-3 & -1\\ 2 & 1\end{vmatrix}=-1 \qquad A_{21}=-\begin{vmatrix}2 & 3\\ 1 & -1\end{vmatrix}=5$$

$$A_{22}=\begin{vmatrix}1 & 3\\ 2 & -1\end{vmatrix}=-7 \qquad A_{23}=-\begin{vmatrix}1 & 2\\ 2 & 1\end{vmatrix}=3$$

$$A_{31}=\begin{vmatrix}2 & 3\\ -1 & 1\end{vmatrix}=5 \qquad A_{32}=-\begin{vmatrix}1 & 3\\ -3 & 1\end{vmatrix}=-10$$

$$A_{33}=\begin{vmatrix}1 & 2\\ -3 & -1\end{vmatrix}=5 \Rightarrow [A_{ij}]=\begin{bmatrix}0 & -1 & -1\\ 5 & -7 & 3\\ 5 & -10 & 5\end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow [(A)]=\begin{bmatrix}0 & 5 & 5\\ -1 & -7 & -10\\ -1 & 3 & 5\end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A^{-1}=\frac{1}{|A|}[(A)]=-\frac{1}{5}\begin{bmatrix}0 & 5 & 5\\ -1 & -7 & -10\\ -1 & 3 & 5\end{bmatrix}$$

ملاحظة: إذا كانت المصفوفة من الرتبة الثانية $A=\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$

يعطى: $A^{-1} = \frac{1}{|A|}\begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$

تمرين: بفرض $A=\begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ أوجد A^{-1}

$|A| = (2)(3)-(1)(5) = 1$

$$A^{-1} = \frac{1}{1}\begin{bmatrix} 3 & -5 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

ملاحظة:

محدد المصفوفة المقلوبة يحسب بقلب عناصر المحدد الأصلي ويعطى: $|A^{-1}| = \frac{1}{|A|}$

تمرين: أوجد مقلوب المصفوفة $A=\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$ وأوجد $|A^{-1}|$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{4} \end{bmatrix}$$

$|A| = (2)(3)(4) = 24$

$\Rightarrow |A^{-1}| = \frac{1}{24}$

أو: فورا $|A^{-1}| = (\frac{1}{2})(\frac{1}{3})(\frac{1}{4})$

ملحق الفصل الأول:

- طريقة ثانية لحل مثال 4 ص 4:

$$\begin{vmatrix} 2 & 5 & -3 & -2 \\ -2 & -3 & 2 & -5 \\ 1 & 3 & -2 & 2 \\ -1 & -6 & 4 & 3 \end{vmatrix} \xrightarrow[2r_3+r_2,\ r_3+r_4]{-2r_3+r_1} \begin{vmatrix} 0 & -1 & 1 & -6 \\ 0 & 3 & -2 & -1 \\ 1 & 3 & -2 & 2 \\ 0 & -3 & 2 & 5 \end{vmatrix} \xrightarrow{r_1 \leftrightarrow r_3} -\begin{vmatrix} 1 & 3 & -2 & 2 \\ 0 & 3 & -2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & -6 \\ 0 & -3 & 2 & 5 \end{vmatrix} \xrightarrow{r_2+r_4} -\begin{vmatrix} 1 & 3 & -2 & 2 \\ 0 & 3 & -2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & -6 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{vmatrix}$$

بسبب المبادلة بين سطرين

$$\xrightarrow{r_2 \leftrightarrow r_3} (-)\times(-) \begin{vmatrix} 1 & 3 & -2 & 2 \\ 0 & -1 & 1 & -6 \\ 0 & 3 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{vmatrix} \xrightarrow{3r_2+r_3} \begin{vmatrix} 1 & 3 & -2 & 2 \\ 0 & -1 & 1 & -6 \\ 0 & 0 & 1 & -19 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{vmatrix} = (1)\cdot(-1)\cdot(1)\cdot(4) = -4$$

وذلك لأن محدد المصفوفة المثلثية العليا هو جداء عناصر القطر الرئيسي فقط.

- نفرض $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ -1 & 2 & 0 \\ 3 & -2 & 1 \end{bmatrix}$ أوجد A^{-1}.

- أوجد بالتقدم الصفوفي رتبة المصفوفة $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{bmatrix}$

- عين رتبة المصفوفات الآتية بعد تحويلها إلى مصفوفات متدرجة

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 1 & -1 & 3 \\ 3 & -6 & -1 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 2 & 6 & -2 \\ 1 & 3 & -1 \\ -2 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

- أوجد مرتبة المحدد للمصفوفة $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 4 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & -2 & 5 \end{bmatrix}$ وذلك باستخدام التحويلات الأولية

مكتبة A to Z