كلية العلوم

القسم : **الكيمياء**

السنة : **الاولى**

المادة : فيزياء عامة ١

المحاضرة : الاولى/نظري/دكتورة

{{ مكتبة A to Z }}

2024 2025

Facebook Group : مكتبة A to Z

كلية العلوم ، كلية الصيدلة ، الهندسة التقنية ، تكنلوجيا المعلومات والاتصالات

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر (What's app-Telegram) على الرقم 0931497960

المحاضرة (١)

المتجهات «الأشعة» Vectors:

المقادير الفيزيائية:

تقسم المقادير الفيزيائية إلى مقادير سلمية ومقادير متجهة.

المقادير السلمية: هي المقادير التي تُعبَّر عنها بعدد حقيقي موجب أو سالب بالإضافة إلى واحدة قياس لها.

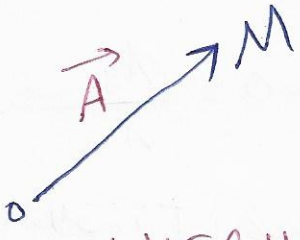
* الكتلة، الزمن عبارة عن مقدارين سلميين موجبين، أما السخنة والعمل هي مقادير سلمية يمكن أن تكون موجبة أو سالبة.

المقادير المتجهة: لا تتعين هذه المقادير بقيمتها العددية فقط مثل المقادير السلمية، وإنما تتعين بعناصرها الأربعة وهي: المبدأ، المقدار (الحامل)، الجهة والقيمة العددية (المطلقة).

نرمز للمتجه بحرف يعلوه سهم مثل $\vec{A}$ أو $\vec{B}$ ونرمز إلى طول المتجه بنفس الحرف دون سهم. فالحرف A يرمز إلى طول المتجه $\vec{A}$، والحرف B إلى طول المتجه $\vec{B}$. وإذا كان مبدأ المتجه يقع في نقطة مثل O وزاويته في نقطة مثل M يمكننا أن نرمز إلى هذا المتجه بـ: $\vec{OM}$.

على سبيل المثال: القوة، السرعة، التسارع، شدة الحقل الكهربائي... يمكن وصفها بالمقادير المتجهة.

فالمتجه $\vec{A}$، مثلاً كما في الشكل (١).



الشكل (١)

هو بالتعريف عبارة عن قطعة مستقيمة موجهة، مبدأه: هو بداية القطعة المستقيمة
منحاه: هو منحى المستقيم غير المتناهي الذي ينطبق عليه المتجه، جهته: هي جهة
متحرك يسير على المتجه من بدايته O نحو نهايته M.
أما طوله: فهو عدد يتناسب مع قيمة المقدار الفيزيائي الذي يمثله المتجه.

مسقط متجه في المستوي XOY:

Cartesian coordinate system

ليكن لدينا المتجه $\vec{A}$ الموجود في المستوي XOY، الشكل (2)

إن مسقط $\vec{A}$ على OX هو $\vec{A_x}$

كما أن مسقط $\vec{A}$ على OY هو $\vec{A_y}$

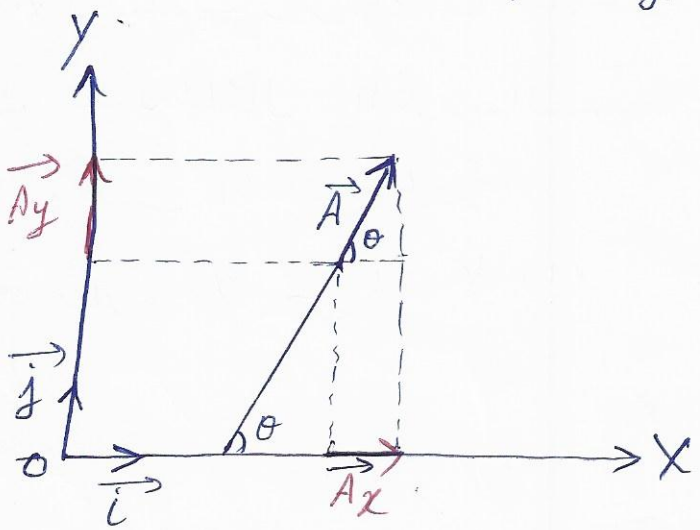
بالتالي:

$$(I) \quad \vec{A} = \vec{A_x} + \vec{A_y} = A_x \vec{i} + A_y \vec{j}$$

عندئذ تعطى طويلة المتجه بالعلاقة:

$$A^2 = A_x^2 + A_y^2$$

$$\Rightarrow A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$$



الشكل (2)

$$\cos\theta = \frac{A_x}{A} \Rightarrow A_x = A\cos\theta$$

$$\sin\theta = \frac{A_y}{A} \Rightarrow A_y = A\sin\theta$$

بالتعويض في العلاقة (I) نجد:

$$\vec{A} = A\cos\theta\,\vec{i} + A\sin\theta\,\vec{j}$$

ويكون $\tan\theta = \frac{A_y}{A_x}$

جداء المتجهات:

أ- الجداء السلمي ((الداخلي)):

إن الجداء السلمي لمقدارين متجهين $\vec{A}$ و $\vec{B}$ هو مقدار سلمي ((جبري)) يساوي إلى جداء طويلي المتجهين بتجيب الزاوية المحاشة بينهما ويرمز له بالرمز $(\vec{A}.\vec{B})$ أي:

$$\vec{A}.\vec{B} = |\vec{A}|.|\vec{B}|.\cos\alpha$$

حيث α الزاوية بين المتجهين $\vec{A}$ و $\vec{B}$.

والجداء السلمي ((الداخلي)) يتصف بخاصتي التبديل والتوزيع

تبديلي أي:

$$\vec{A}.\vec{B} = \vec{B}.\vec{A}$$

توزيعي أي:

$$\vec{A}(\vec{B}+\vec{C}+\vec{D}+\dots) = \vec{A}.\vec{B}+\vec{A}.\vec{C}+\vec{A}.\vec{D}+\dots$$

وإذا ضرب أحد المتجهين بعدد حافظ الجداء السلمي للمتجهين يضرب بنفس العدد أي

$$(b.\vec{A}).\vec{B} = b.\vec{A}.\vec{B} = bAB\cos\alpha$$

كما يمكن التعبير عن الجداء السلمي بدلالة مركبات $\vec{A}$ و $\vec{B}$ بالنسبة لجملة إحداثيات ديكارتية متعامدة.

$$\vec{A} = x_1\vec{i} + y_1\vec{j} + z_1\vec{k}$$
$$\vec{B} = x_2\vec{i} + y_2\vec{j} + z_2\vec{k}$$

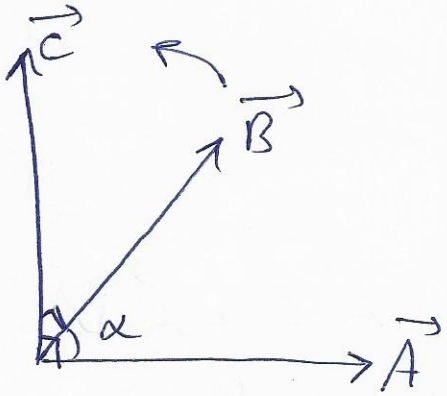
فيكون

$$\vec{A}.\vec{B} = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2$$

ب - الجداء المتجهي «الخارجي» :

إن الجداء المتجهي لمتجهين $\vec{A}$ و $\vec{B}$ هو متجه ثالث $\vec{C}$ عمودي على مستوي المتجهين $\vec{A}$ و $\vec{B}$ وجهته هي بحيث تؤلف اتجاهات $\vec{A}$ و $\vec{B}$ و $\vec{C}$ بهذا الترتيب ثلاثية موجبة، أو بتعبير آخر إذا وقف راصد على استقامة ~~واحدة~~ $\vec{C}$ وباتجاه الموجب لهذا المتجه لرأى المتجه $\vec{A}$ إلى يمينه والمتجه $\vec{B}$ إلى يساره كما في الشكل (3). أما طوله C فيساوي إلى جداء طولي المتجهين $\vec{A}$ و $\vec{B}$ بجيب الزاوية بينهما أي :

$$\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B} \Rightarrow C = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot \sin\alpha$$



الشكل (3)

هذا ويعبر عن الجداء المتجهي لمتجهين بعلاقة من الشكل :

$$\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B}$$

أو من الشكل $\vec{C} = \vec{A} \wedge \vec{B}$

أو من الشكل $\vec{C} = [\vec{A}\,\vec{B}]$

- يتمتع الجداء المتجهي بالخواص التالية:

الجداء المتجهي غير تبديلي، فإذا عكسنا ترتيب المضاريب في هذا الجداء فإن جهة الجداء الناتج تغير جهتها أي:

$$\vec{A} \times \vec{B} = -\vec{B} \times \vec{A}$$

كما أن الجداء المتجهي هو توزيعي بالنسبة لعملية الجمع أي :

$$\vec{A} \times (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \times \vec{B} + \vec{A} \times \vec{C}$$

وأن

$$(a\vec{A}) \times (b\vec{B}) = ab\,(\vec{A} \times \vec{B})$$

حيث أن a و b أعداد حقيقية.

وإذا ما أعطيت مركبات المتجهين بالنسبة لجملة الإحداثيات الديكارتية المتعامدة

فإن :

$$\vec{C} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix} = (y_1 z_2 - y_2 z_1)\vec{i} - (x_1 z_2 - x_2 z_1)\vec{j} + (x_1 y_2 - x_2 y_1)\vec{k}$$

جمع متجهين :

إن حاصل جمع متجهين $\vec{A}$ و $\vec{B}$ هو متجه ثالث نعين بالطريقة التالية :

نرسم من نهاية المتجه $\vec{A}$ متجهاً $\vec{B}'$ يساوي المتجه $\vec{B}$ ⊛

ثم نصل بداية المتجه $\vec{A}$ إلى نهاية المتجه $\vec{B}'$ فنحصل على المتجه $\vec{C}$ الذي هو حاصل جمع $\vec{A}$ مع $\vec{B}$ الشكل (4).

وبفرض أن :

$$\vec{A} = A_x\vec{i} + A_y\vec{j}$$

وأن :

$$\vec{B} = B_x\vec{i} + B_y\vec{j}$$

يكون :

$$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B} = (A_x + B_x)\vec{i} + (A_y + B_y)\vec{j}$$

وهذا هو جمع متجهين في المستوي xoy.

وتعطى الطولية بـ :

$$C = \sqrt{(A_x + B_x)^2 + (A_y + B_y)^2}$$

وتعطى جمع متجهين في الفراغ بالعلاقة:

$$\vec{C} = (A_x + B_x)\vec{i} + (A_y + B_y)\vec{j} + (A_z + B_z)\vec{k}$$

حيث:

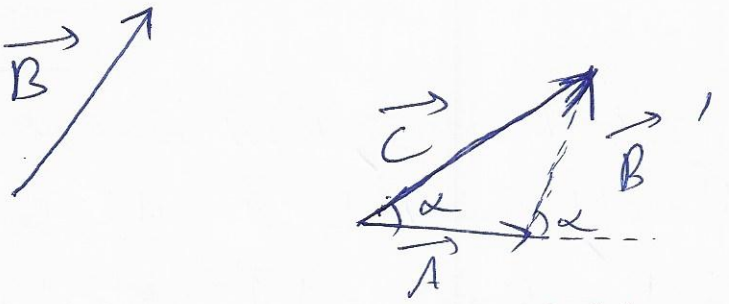
$$\vec{A} = A_x\vec{i} + A_y\vec{j} + A_z\vec{k}$$

$$\vec{B} = B_x\vec{i} + B_y\vec{j} + B_z\vec{k}$$

و

أما طولية المتجه الجديد $\vec{C}$ فهي:

$$C = \sqrt{(A_x + B_x)^2 + (A_y + B_y)^2 + (A_z + B_z)^2}$$



الشكل (4)

- يتمتع جمع المتجهات بالخاصتين التاليتين :

أ- جمع المتجهات تبديلي أي

$$\vec{A} + \vec{B} = \vec{B} + \vec{A}$$

ب- جمع المتجهات تجميعي أي

$$\vec{A} + (\vec{B} + \vec{C}) = (\vec{A} + \vec{B}) + \vec{C}$$

(*) نقول عن متجهين $\vec{A_1}$ و $\vec{A_2}$ أنهما متساويان إذا كان لهما نفس الطول والمنحى والاتجاه وبالتالي فإن المتجهات المتساوية هي متجهات متوازية ومتساوية.

تمرين (1): أوجد الجداء السلمي للمتجهين $\vec{A}$ و $\vec{B}$ علما أن:

$$\vec{A} = A_x \vec{i} + A_y \vec{j} \quad \text{و} \quad \vec{B} = B_x \vec{i} + B_y \vec{j}$$

الحل:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = (A_x \vec{i} + A_y \vec{j}) \cdot (B_x \vec{i} + B_y \vec{j})$$

$$= A_x B_x \vec{i} \cdot \vec{i} + A_x B_y \vec{i} \cdot \vec{j} + A_y B_x \vec{j} \cdot \vec{i} + A_y B_y \vec{j} \cdot \vec{j}$$

بما أن $\vec{i} \cdot \vec{i} = 1$ و $\vec{i} \cdot \vec{j} = 0$ فإن:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y$$

تطبيق عددي: ليكن:

$$\vec{A} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$$

$$\vec{B} = 5\vec{i} + 2\vec{j}$$

أوجد $\vec{A} \cdot \vec{B}$.

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = 2 \times 5 + (-3)(+2) = 10 - 6 = 4$$

تمرين (2): ليكن لدينا المتجهان في المستوى $\vec{A} = 2\vec{i}$ ، $\vec{B} = 2\vec{j}$

والمطلوب أوجد الزاوية المحصورة بين هذين المتجهين:

$$\vec{A} = 2\vec{i} + 0\vec{j} \quad \text{و} \quad \vec{B} = 0\vec{i} + 2\vec{j}$$

الحل: نعلم أن:

$$\vec{A}\cdot\vec{B} = |\vec{A}|\cdot|\vec{B}|\cdot\cos\theta$$

بالتالي:

$$\cos\theta = \frac{\vec{A}\cdot\vec{B}}{|\vec{A}|\cdot|\vec{B}|} = \frac{(2\vec{i}+0\vec{j})(0\vec{i}+2\vec{j})}{\sqrt{2^2+0}\cdot\sqrt{0+2^2}} = \frac{0}{4} = 0$$

$$\cos\theta = 0 \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{2}\ \text{rad}$$

تمرين 3: ليكن لدينا الشعاعان:

$$\vec{A} = 2\vec{i}+2\vec{j}+2\vec{k}$$

$$\vec{B} = 3\vec{i}-2\vec{j}-4\vec{k}$$

والمطلوب إيجاد: $\vec{A}+\vec{B}$ ، $\vec{A}-\vec{B}$ ، $\vec{A}\cdot\vec{B}$ ، $\frac{|\vec{A}|}{|\vec{B}|}$

الحل:

- $\vec{A}+\vec{B} = (2\vec{i}+2\vec{j}+2\vec{k})+(3\vec{i}-2\vec{j}-4\vec{k})$
$= 5\vec{i}+0\vec{j}-2\vec{k} = 5\vec{i}-2\vec{k}$

- $\vec{A}-\vec{B} = (2\vec{i}+2\vec{j}+2\vec{k})-(3\vec{i}-2\vec{j}-4\vec{k})$
$= -\vec{i}+4\vec{j}+6\vec{k}$

- $\vec{A}\cdot\vec{B} = 2\times 3 + (2)(-2) + (+2)(-4) = 6-4-8$
$= -6$

- $\frac{|\vec{A}|}{|\vec{B}|} = \frac{\sqrt{4+4+4}}{\sqrt{9+4+16}} = \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{29}}$

مثال (4): لدينا المتجهان

$$\vec{A} = \vec{i} + 2\vec{j} + 6\vec{k}$$

$$\vec{B} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 5\vec{k}$$

والمطلوب: أوجد $|\vec{A}|$ ، $|\vec{B}|$ ، $\vec{A} - \vec{B}$ ، $\vec{A} + \vec{B}$

$\vec{A} \cdot \vec{B}$ ، جيب الزاوية المحصورة بين $\vec{A}$ و $\vec{B}$.

وأيضاً $\vec{A} \times \vec{B}$

الحل:

- $|\vec{A}| = A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2} = \sqrt{(1)^2 + (2)^2 + (6)^2}$

$$= \sqrt{41} = 6.4$$

- $|\vec{B}| = B = \sqrt{(2)^2 + (3)^2 + (5)^2} = \sqrt{38} = 6,16$

- $\vec{A} - \vec{B} = (1-2)\vec{i} + (2-3)\vec{j} + (6-5)\vec{k} = -\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$

- $\vec{A} + \vec{B} = (1+2)\vec{i} + (2+3)\vec{j} + (6+5)\vec{k} = 3\vec{i} + 5\vec{j} + 11\vec{k}$

- $\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x \cdot B_x + A_y B_y + A_z B_z = (1)(2) + (2)(3) + (6)(5)$

$$= 38$$

- $\vec{A} \cdot \vec{B} = A \cdot B \cdot \cos(\vec{A}, \vec{B}) \Rightarrow \cos(\vec{A}, \vec{B}) = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{A \cdot B} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \cos(\vec{A}, \vec{B}) = \frac{38}{(6,4)(6,16)} = 0,964$$

- $\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 2 & 6 \\ 2 & 3 & 5 \end{vmatrix}$

$= [(2 \times 5) - (6 \times 3)]\vec{i} - [(1 \times 5) - (2)(6)]\vec{j} +$

$+ [(1 \times 3) - (2 \times 2)]\vec{k}$

$= -8\vec{i} + 7\vec{j} - \vec{k}$

مكتبة A to Z