كلية العلوم

القسم : **الرياضيات**

السنة : **الثالثة**

المادة : احصاء رياضي

المحاضرة :الاولى /نظري/

{{ A to Z مكتبة }}

Facebook Group : A to Zمكتبة

القسم: رياضيات | الدكتور: نبيل علي
السنة: الثالثة | المحاضرة: الأولى نظري
المادة: أحصاء رياضي
التاريخ: / /

A to Z Library for university services

المتغيرات العشوائية والتوزيعات الأحتمالية:

1- المتغيرات العشوائية وتصنيفاتها

أولاً: مقدمة في علم الأحصاء Stutistes

أن أصل كلمة أحصاء مشتقة من لاتينية وهي علم التقديرات والأحتمالات والذي تختص بجمع وتصنيف وتبويب الحقائق ومقارنة ووصف الظواهر وتفسيرها ومن ثم أستخلاص النتائج واتخاذ القرار على ضوء ذلك بحيث تخدم المجتمع والوطن بحيث تخدم تطورها وتجعلها ذو أهمية خاصة في كافة المجالات وعلى وجه خصوص الأبحاث العلمية وتزويد الدارسين في الدراسات العليا مهارات كثيرة واسعة في شتى المجالات العلمية والأجتماعية والأنسانية والطبية

يقسم الأحصاء إلى قسمين:

* إحصاء الوصفي: هو جزء يهتم بوصف وطبيعة سلوك الظاهرة مدروسة من خلال جمع البيانات وتوظيفها وتبويبها وعرضها بمجموعة من الوسائل كجداول والرسوم البيانية

* إحصاء أستدلالي: هو جزء يهتم بدراسة معطيات المجتمع من خلال معطيات العينة ويتم من تحليل المعطيات المتوفرة في العينة أساساً حيث يعتبر الأحصاء الأستدلالي قائماً على تقدير معالم ومؤشرات المجتمع من خلال الفرضيات واتخاذ القرارات والتنبأ والأستقراء الرياضي عاماً في ذلك أستخدام أجراءات أحصائية للوصول إلى أستنتاجات معينة يمكن تطبيقها في مجالات واسعة في تحقيق التنمية والرعاية الصحية.

2- من وظائف علم الإحصاء:

1- عرض المعطيات والحقائق حول الظاهرة المدروسة بصورة واضحة ومبسطة.
2- تلخيص المعطيات والقيم المشاهدات حول الظاهرة باستخدام قيم تلخيصية.
3- يساعد علم الإحصاء في وضع الأسس المقارنة المتغيرات التي تتصف بظاهرة ما.
4- يساعد علم الإحصاء في زيادة اختبار الفرضيات البحثية وتطوير الجديد.
5- يساعد علم الإحصاء في الوصول إلى التنبؤات بالأرتجال علم الظواهر.
6- يساعد " " " وضع الخطط واتخاذ القرارات المطلوبة.

ثانياً: المتغيرات العشوائية:

عند دراسة أي ظاهرة في المجتمع ما وقت يكون المجتمع غير بشري (مجموعة من الأشياء) وعلى سبيل المثال قياس أطوال الطلاب أو أوزانهم نستخدم لكل ظاهرة متغيرة يعرف بالمتغير العشوائي وهذا المتغير يمكن أن يعبر عن قياسات كمية أو أسمية تقسم المتغيرات العشوائية إلى نوعين:

المنفصلة: وهي المتغيرات التي تكون قيمها أعداد وغير قابلة للقسم

المستمرة: " " " " " " " حقيقية.

مثال 1: 1- عدد الطلاب في قسم الرياضيات سنة 3 الناجحين منهم (منفصل)
2- أطوال هؤلاء الطلاب (مستمر).

مثال 2: لتكن لدينا التجربة اختيار طالب من كلية العلوم قسم رياضيات سنة 3
إذا كان يسكن في المدينة الجامعية 1 = X (منفصل) وإذا لم يسكن ١ = X
أيضاً (منفصل).
عدد أخوته هو X (منفصل).
طوله ح (مستمر).

مثال 3: إلقاء قطعة نقود ثلاث مرات متتالية ولتكن X ظهور عدد

الأوجه H ، أوجد الحالات الممكنة لهذا الظهور ؟؟

نتيجة التجربة	HHH	HHT	HTH	THH	THH	TTH	TTT	HTT
قيمة التجربة	3	2	2	2	1	1	0	1

متغير عشوائي منفصل.

مثال: نرمي قطعة نقود حتى يظهر H المرة الأولى

H ، TH ، TTH ، TTT ..... TH

متغير عشوائي مستمر إذا كان X عدد مرات الرمي.

ثالثاً: تصنيف المتغيرات العشوائية وتوزيعها:

بالعودة إلى المثال الأول

لنتساءل عن القيم الممكنة لـ ح بفرض مسطرة الطول فإن طول الطالب يقابله نقطة على المسطرة هي يوجد نقطة على المحور موجب والقيم التي تأخذها ح تكون أي نقطة في مجال على محور موجب مهما كانت صغيرة وبالتالي فضاء التجربة لانهائي ولا يمكن عده أو حصره. ففضاء X هو لانهائي لكن يمكن عده وحصره

عرف الفضاء المنفصل: هو فضاء العينة الذي يحوي عدداً منتهياً من النقاط أو غير منتهي لكن أعداده محدودة قابلة للعد.

عرف الفضاء المستمر: هو فضاء العينة الذي يحوي على عدد لانهائي من نقاط أعداد محدودة غير قابلة للعد.

* **التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي المنفصل:** هو صيغة تعطي بين القيم الممكنة والموافقة لكل قيمة بالعودة للمثال 2 إن التوزيع الاحتمالي لـ X يعطى بالشكل:

X	0	1	2	3
$P(X)=P(X=x)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

$F(X)$ هو تابع احتمالي لتوزيع عشوائي منفصل يحقق الشرط:

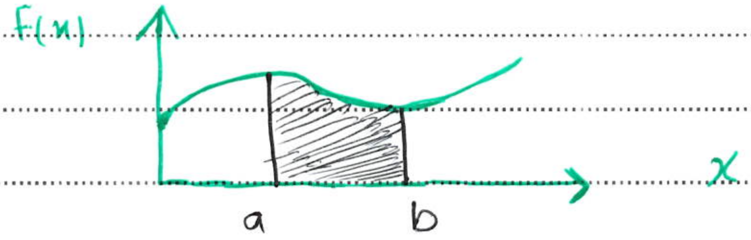
① $F(X) \geq 0$

② $\sum F(X) = 1.$

4- التوزيع الاحتمالي لمتغير عشوائي مستمر

إن الوزن والطول ومعدلات الهطول ودرجة الحرارة الجسم كلها متغيرات عشوائية مستمرة لأن قيمها تكون على شكل فترات أو مجالات ولا يمكن تخصيص أي احتمال لأي قيمة من قيم المتغير بسبب الكثرة القيم المختلفة الغير قابلة للعد لذلك لابد من التفكير في طريقة لبناء نموذج احتمالي يختلف عن المتغير المنفصل.

بداية نقوم بفكرة أو نموذج احتمالي هو منحني التكرار بحيث نسميه منحني الكثافة والدالة $F(x)$ بدالة كثافة احتمالية وتمثل المساحة تحت هذا المنحني بالاحتمال:



وإذا وقع هذا الاحتمال ضمن الفترة (ab) يصبح لدينا $P(a < x < b)$ عندئذ المساحة تحت منحني الكثافة وفوق المجال ab هو الاحتمال المطلوب.

- لا يمكن حدود منحني الكثافة تحت محور $\vec{ox}$ والاحتمال الحادثة الآتية:

$$P(-\infty < x < \infty) = 1.$$

5- دالة التوزيع الاحتمالي:

إن احتمال أن تأخذ متغير عشوائي X قيمة أقل أو تساوي قيمة محددة هو عبارة عن دالة يرمز بـ $F(x)$ ذا احتمالها $F(x) = P(X \leq x)$

فإن دالة التوزيع لمتغير عشوائي منفصل تعطى بالشكل:

$$F(t) = \sum_{x \leq t} F(X).$$

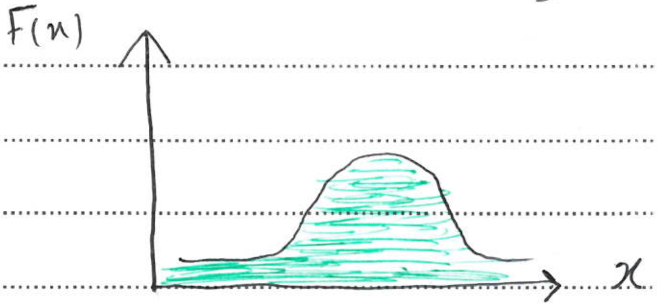
بالعودة إلى المثال (2) أوجد احتمال الحصول على الوجه H مرتين على الأكثر:

$$P(X \le 2) = F(2) = \sum_{x=0}^{2} F(x).$$

$$= F(0) + F(1) + F(2) = \frac{1}{8} + \frac{3}{8} + \frac{3}{8} = \frac{7}{8}$$

وأما إذا كانت دالة التوزيع لمتغير عشوائي مستمر هي $F(t) = P(X \le t)$

والمساحة تحت منحني الكثافة هي



$\int_{-\infty}^{+\infty}$ تأخذ التكامل

6- التوقع الرياضي: إن التوقع الرياضي لمتغير عشوائي منفصل يعطى ب

$$E(X) = \sum x F(x)$$

أو μ أو μ_x (متوسط حسابي تجريبي)

مثال 2: أوجد التوقع الرياضي لظهور الوجه H

$$E(x) = \sum_{x=0}^{2} x F(x) = 0 \times \frac{1}{8} + 1 \times \frac{3}{8} + 2 \times \frac{3}{8} + 3 \times \frac{1}{8} = 1.5$$

هذه القيمة تعبر عن متوسط التوزيع الاحتمالي أو القيمة المتوسطة لعدد الأوجه H على المدى الطويل إذا رمينا قطعة النقود بعددها يكون كبير من المرات يتصل التوقع $\frac{1}{2}$

اما التوقع الرياضي لدالة $g(x)$ يعطى بالشكل

$$E(g(x)) = \sum_x g(x) \cdot F(x)$$

مثال: أحسب التوقع الرياضي $E(x^2)$ لرمي قطعة النقود مرات حتى يظهر الوجه H أول مرة.

الحل:

$$E(x^2) = \sum_{x=1}^{6} x^2 F(x) = 1^2 \times \frac{1}{6} + 2^2 \times \frac{1}{6} + 3^2 \times \frac{1}{6} + \dots 6^2 \frac{1}{6}$$
$$= 15.17$$

ملاحظة: بصورة مشابهة علينا أن نعرف توقع رياضي لمتغير عشوائي مستمر بحيث حالة كثافة $F(x)$ تقوم مقام دالة التوزيع $F(x)$ ويصبح مجموع تكامل ومنه نحصل على مثال تكامل توجد هنالك جداول تساعدنا في حساب هذا التكامل.

* خواص التوقع الرياضي: ① $E(c) = c$ ② $E(x) = cE(x)$

③ $E(g_1(x) + g_2(x)) = E(g_1(x)) + E(g_2(x))$

ولكن تعميم لـ x دالة.

التباين لمتغير عشوائي x: يرمز له بـ σ^2 أو $\bar{x}^2$ يعطى بالعلاقة:

$$V(x) = E(x^2) - (E(x))^2$$

من المثال ② أوجد التباين:

$$E(x^2) = 0^2 \times \frac{1}{8} + 1^2 \times \frac{3}{8} + 2 \times \frac{3}{8} + 3^2 \times \frac{1}{8} =$$
$$3 - (1.5)^2 = 0.75$$

الانحراف المعياري: $\sigma = \sqrt{V(x)} = 0.865$

خواص التباين: التباين عدد ثابت هو 0.

① $V(c) = E(c^2) - E(c^2) = c^2 - c^2 = 0$

② $V(cx) = c^2 V(x)$

③ $V(x_1 + x_2) = V(x_1) + V(x_2)$ نعمم لـ x دالة.

انتهت المحاضرة