



كلية العلوم

القسم : الرياضيات

السنة : الثانية

1

المادة : بنى جبرية ٢

المحاضرة : الاولى / عملي /

A to Z مكتبة

Facebook Group : A to Z مكتبة



كلية العلوم ، كلية الصيدلة ، الهندسة التقنية



يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر (What's app-Telegram) على الرقم 0931497960

الدكتور :

المحاضرة :

الأولى علم



رئاسيات القسم

السنة : الـ ١٥

المادة : بـ محـرـة

التاريخ : / /

A to Z Library for university services

نـاـمـيـاـتـ الـتـرـوـطـ الـكـافـيـةـ لـفـهـمـ ذـيـهـ جـنـشـكـ

إذا كانت $(G, +)$ زمرة و H مجموعاً فإن H تكون زمرة

جـنـشـيـةـ يـنـهـيـ وـ إـذـاـ قـدـقـتـ أحـدـيـ الـتـرـوـطـ الـكـافـيـةـ

II

$$\emptyset \neq H \subseteq G$$

أـ هـ فـنـاـمـةـ بـالـنـبـاـ

بـ * تـجـيـعـ عـلـىـ عـاـصـمـ Hـ (ـجـمـعـ بـوـمـ)

جـ يـوـجـ حـيـارـيـ فـيـ Hـ لـمـقـنـعـ حـيـارـيـ (G)

دـ لـكـ عـصـرـيـ Hـ نـظـرـ فـيـ Hـ وـصـونـهـ الـنـظـرـ فـيـ Gـ

III

$$\emptyset \neq H \subseteq G$$

(1)

$$\forall x, y \in H \Rightarrow x + y \in H$$

(2)

$$\forall x \in H \Rightarrow x^{-1} \in H$$

(3)

IV

$$\emptyset \neq H \subseteq G$$

(P)

$$\forall x, y \in H \Rightarrow x \otimes y^{-1} \in H$$

(B)



التعريف بالجذور

إذا كانت $x \in G$ زمرة وكانت $(G, *)$ زمرة بحيث

$$\text{كل زمرة } \langle x \rangle = \{x^n \mid n \in \mathbb{Z}\} \text{ تسمى جزئية من الزمرة } G$$

جزئية من الزمرة G

B1

$(x \in G \iff \langle x \rangle \subseteq G)$ دلائل

$$x = x^1 \in \langle x \rangle \text{ لأن } \langle x \rangle \neq \emptyset$$

لذلك

$$\forall a, b \in \langle x \rangle \Rightarrow \exists n, m \in \mathbb{Z}, a = x^n, b = x^m$$

$$\Rightarrow a * b^{-1} = x^n * (x^m)^{-1} = x^n * x^{-m} = x^{n-m} \in \langle x \rangle$$

$$\Rightarrow a * b^{-1} \in \langle x \rangle$$

منه دلائل أن $\langle x \rangle$ زمرة جزئية من G

الحل

في (1) و (2) معاً حل المعادلتين

$$\textcircled{1} \quad (x \oplus 3) \oplus (x \oplus 10) = 7$$

: حل

$$x \oplus x \oplus 3 \oplus 10 = 7$$

$$2x \oplus \overline{13} = 7$$

$$2x \oplus 1 = 7$$

$$2x \oplus 1 \oplus 11 = 7 \oplus 11$$

$$2x \oplus \overline{12} = \overline{18}$$

$$2x \oplus 0 = 6 \Rightarrow 2x = 6 \Rightarrow \boxed{x = 3}$$

-2-

$$\textcircled{2} \quad 2x + 7 = 6 + x$$

$$2x + 7 = x + 6$$

$$(-x) + 2x + 7 = (-x) + x + 6$$

$$x + 7 = 6$$

$$x + 7 + 5 = 6 + 5$$

$$\Rightarrow x + 12 = 11$$

$$\Rightarrow x + 0 = 11$$

$$\Rightarrow \boxed{x = 11}$$

إذا كان x عضو في زمرة $(G, +)$ فإن x^{-1} يتحقق

$$\forall x \in G, \quad O(x^{-1}) = O(x) \quad \textcircled{1}$$

$$n^{\text{th}} \text{ فاصلة } x^m = e \quad \text{وكذلك } O(x) = n \quad \text{إذا كانت } \textcircled{2}$$

$$O(x^{-1}) = n \quad \text{ولذلك } O(x) = n \quad \text{نفهي أصل$$

$$(x^{-1})^n = (x^n)^{-1} = e^{-1} = e$$

n أصل x يتحقق $e^{-1} = e$ لذا

$$(x^{-1})^k = e$$

$$\Rightarrow x^{-k} = e \Rightarrow (x^{-k})^{-1} = e^{-1} \Rightarrow x^k = e$$

x^{-k} أصل x يتحقق $e^{-1} = e$ لذا

$$O(x^{-1}) = n$$

$\Rightarrow k = n$



لأن x^m ينتمي إلى القسم المغایر في $\mathbb{Z}_q[x]$

$\Rightarrow q \leq r < n$ لأن r هي صيغة m في $\mathbb{Z}_q[x]$

$$m = qn + r$$

$$x^m = x^{qn+r} = x^{qn} \cdot x^r = (x^n)^q \cdot x^r \in \mathbb{Z}_q[x]$$

$$= c \cdot x^r = x^r \Rightarrow c = x^r$$

ولذلك x^r هو عضو في $\mathbb{Z}_q[x]$ و $r < n$

$$m \neq nq \quad m = qn \quad \Leftarrow \quad r = 0 \quad \text{حاليا}$$

الحاليا



A to Z مكتبة