كلية العلوم

القسم : **الرياضيات**

السنة : **الاولى**

المادة : جبر خطي٢

المحاضرة : الاولى/نظري/

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر(What's app-Telegram)على الرقم 0931497960

الزمرة: Grop

$(G,*)$ و $(V,+,\cdot)$

فضاء شعاعي ... داخلية ... ف

① تجميعية ... $(Z,+)$ و $(R,+)$

② يوجد عنصر حيادي ... $(N,+)$ و $(R,\cdot)$

③ لكل عنصر مقلوب أو نظير

$(Z,\cdot)$ و $\{R,\{0\},\cdot\}$

تعريف الزمرة:

(GroUP)

لتكن G مجموعة غير خالية ولتكن $(*)$ عملية جبرية ثنائية معرفة عليها، نقول عن G أنها زمرة بالنسبة لـ $(*)$ إذا تحققت الشروط

① العملية $(*)$ تجميعية على عناصر G

$x*(y*z)=(x*y)*z \quad \forall x,y,z \in G$

② يوجد عنصر حيادي بالنسبة للعملية $(*)$ ونرمز له بالرمز e

$x*e=e*x=x \quad \forall x \in G$

③ لكل عنصر من G مقلوب أو نظير بالنسبة للعملية $(*)$

$x*x'=e$ و $x+x'=e$

مكتبة A to Z - كلية العلوم (جامعة طرطوس) - TEL:0931497960

$(x+(-x)) = -x+x = (o,e)$.

إذا كانت العملية $(*)$ بالإضافة إلى الشرط السابق تبديلية على عناصر G فإننا نقول عنه الزمرة $(G,*)$ أنها زمرة تبديلية.

مثال:

$(R,+)$ زمرة تبديلية.

$(Z,+)$ زمرة تبديلية.

$(N,+)$ زمرة تبديلية.

لأنه لا يوجد نظير لكل عنصر من N.

$\{IR,o\}$ غير تبديلية لأنه لا يوجد نظير لكل عنصر من N

$\{R1\{o\}\}$ زمرة تبديلية.

الحقل: لتكن k مجموعة غير خالية ولتكن k عملية ثنائية $(+)$ و $(\cdot)$ عندئذٍ تكون الثلاثية $(k,+,\cdot)$ إذا تحققت الشرطين

① $(k,+)$ زمرة تبديلية. ② $(k,\{o\},\cdot)$ زمرة.

مثال:

$(k,+,\cdot)$ حقل تبديلي، $(R,+,\cdot)$ حقل تبديلي

الفضاء الشعاعي

ليكن k حقلاً إذا كانت V مجموعة ما غير خالية (φ) مزودة بعمليتين ثنائيتين داخلية $(+)$ $V*V \to V$ وخارجية $k,V \to V$ نقول عن V أنه فضاء شعاعي

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

فوق الحقل K إذا تحققت الشروط الآتية.

1. V بالنسبة للعملية $(+)$ زمرة تبديلية.
2. $(\alpha+\beta)x = \alpha x+\beta x \quad \forall \alpha,\beta\in K, x\in V$
3. $\alpha(x+y) = \alpha x+\alpha y \quad \forall \alpha\in K, y,x\in V$
4. $(\alpha.\beta)x = \alpha(\beta x) \quad \forall \alpha,\beta\in K, x\in V$
5. $1.x = x ; x\in V$ عنصر الوحدة في K.

نسمي عناصر V أشعة أو متجهات وعناصر الحقل K أعداد أو مقادير سلمية.

سنرمز لجبا ذي الزمرة بالرمز V بـ o ونعني صفر الفضاء الشعاعي، مجموعة المصفوفات المربعة من الدرجة N فوق $\mathbb{R}$ ونرمز لها بـ $(M_n,\mathbb{R})$ تشكل فضاء شعاعي بالنسبة لعملية جمع المصفوفات وضرب المصفوفة بعدد سلمي $(M_2,\mathbb{R},+,.)$.

تعريف: ليكن V فضاء شعاعي فوق الحقل K، وليكن W مجموعة جزئية غير خالية من المجموعة V نقول أن W فضاء شعاعي جزئي من الفضاء V إذا كانت W فضاء شعاعي بالنسبة للعمليتين $(+)$، $(.)$ المعرفتين على V.

بكلام آخر تكون المجموعة W فضاء شعاعي جزئي من الفضاء V إذا تحققت الشروط الآتية

1. $W\in V$ ، $W\neq\emptyset$ 2. $x+y\in W \quad \forall x,y\in W$
3. $\forall \alpha x\in W \quad \forall \alpha\in K, x\in W$

يمكن دمج الشرطين 2، 3 بالشرط $\alpha x+\beta y\in W \quad \forall \alpha,\beta\in K, x,y\in W$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

التطبيقات الخطية

ليكن V_1, V_2 فضاءين شعاعيين فوق الحقل K نقول عن $F: V_1 \to V_2$ أنه تطبيق خطي

إذا تحقق الشرطان

① $f(x+y) = f(x) + f(y)$ ، ② $f(\alpha x) = \alpha f(x)$

إذا كان $V_1 = V_2$ نسمي التطبيق الخطي f مؤثراً خطياً

ملاحظة: يمكن دمج الشرطين 1 و 2 بالشرط

$f(\alpha x + \beta y) = \alpha f(x) + \beta f(y)$.

أمثلة

① ليكن V فضاء شعاعي فوق حقل تبديلي K، ليكن $\alpha \neq 0 \in K$ عنصراً معلوماً من K لنعرف التطبيق $F: K \times V \to V$ على النحو الآتي:

$F(\alpha, x) = \alpha x \quad \forall x \in V$

برهن أن $F_\alpha: V \to V$ مؤثر خطي لأي

البرهان

$V = V$.

$\forall x, y \in V, \ \gamma, \beta \in K$

$\Rightarrow f(\gamma x + \beta y) = \alpha(\gamma x + \beta y)$

$\alpha(\gamma x) + \alpha(\beta y)$

$= (\alpha \cdot \gamma)x + (\alpha \cdot \beta)y$.

$(\gamma \cdot \alpha)x + (\beta \cdot \alpha)y$

$= \gamma(\alpha x) + \beta(\alpha y)$

$= \gamma F_\alpha(x) + \beta(\alpha y)$

انتهت المحاضرة

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

مكتبة A to Z