كلية العلوم

القسم : **الرياضيات**

السنة : **الاولى**

المادة : تحليل متجهات

المحاضرة : الثانية/نظري/

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر (What's app-Telegram) على الرقم 0931497960

التابع الشعاعي: نعرّف تابع شعاعي $\vec{f}$ بالشكل

$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}^3$

حيث $f(t) = (x(t), y(t), z(t))$

يمثل منحني في الفراغ. كما نعرّف

$g(u,v): \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$

حيث $g(u,v) = (x(u,v), y(u,v), z(u,v))$

يمثل سطح في الفراغ

الحقل المتجهي: هو عبارة عن ارتباط بين كل نقطة من $\mathbb{R}^3$ مع شعاع يكتب بالشكل

$\vec{F} = (F_1(x,y,z), F_2(x,y,z), F_3(x,y,z))$

إن مساقط هذا الشعاع هي توابع حقيقية.

نلاحظ إذا كان $x = x_t$ ، $y = y_t$ ، $z = z_t$

يصبح $\vec{F} = \vec{F}(t)$

نلاحظ أخيراً إذا كان

$x = x(\varphi, \theta)$ ، $y = y(\varphi, \theta)$ ، $z = z(\varphi, \theta)$

يصبح $\vec{F} = \vec{F}(\varphi, \theta)$

مجموعة تعريف تابع شعاعي: هي مجموعة D ناتجة عن تقاطع مجموعات تعريف المتحولات

$\vec{F} = x\vec{i} + \frac{1}{x}\vec{j} + \frac{1}{e^{x-1}}\vec{k}$

$D_1 = \mathbb{R}$ ، $D_2 = \mathbb{R}\setminus\{0\}$ ، $D_3 = \mathbb{R}\setminus\{1\}$ $\Rightarrow D = D_1 \cap D_2 \cap D_3 = \mathbb{R}\setminus\{0,1\}$

مثال: $f(u,v) = (u+v)\vec{i} + (u-v)\vec{j} + (uv)\vec{k}$

إنه منحنى التعريف هنا هو $\mathbb{R}^2$.

مثال:

$\vec{F}(x,y) = x\ln y\,\vec{i} + \ln x\,\vec{j} + (x^2 - y^2)\vec{k}$

إنه منحنى التعريف هنا

$\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x>0, y>0\}$

رأسم الخط: نفرضه

$\vec{r}(t) = (f(t), g(t), h(t))$

تابع شعاعي ينشئ شعاع بداية نقطية M حيث $\overrightarrow{OM} = \vec{u}$ وبالتالي عند تغير t سيتغير موضع M

إنه المسار الذي نصل عليه من حركة M هو رأسم الخط.

إنه المعادلات الوسيطية لرأسم الخط $x = f(t)$

$y = g(t), z = h(t)$.

مثال: أوجد رأسم الخط

$r = (T^2 - 2T, T+1) \Rightarrow$

$x = T^2 - 2T,\ y = T+1 \Rightarrow \boxed{T = y-1}$

$x = (y-1)^2 - 2(y-1) = y^2 - 2y + 1 - 2y + 2 = y^2 - 4y + 3$.

رأسم الخط هنا هو قطع مكافئ

مثال: أوجد رأسم الخط للتابع

$r = (a\cos u\cos v, a\cos u\sin v, a\sin u)$

الحل:

$x = a\cos u\cos v,\ y = a\cos u\sin v,\ z = a\sin u$.

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

$x^2+y^2+z^2 = (a\cos u\cos v)^2+(a\cos u\sin v)^2+(a\sin u)^2$

$= a^2\cos^2 u\cos^2 v + a^2\cos^2 u\sin^2 v + a^2\sin^2 u$

$a^2\cos^2 u(\cos^2 v+\sin^2 v)+a^2\sin^2 u$

$= a^2\cos^2 u + a^2\sin^2 u = a^2(\sin^2 u+\cos^2 u) = a^2$

$= x^2+y^2+z^2 = a^2$

ومنه نلاحظ الخط هو كرة.

النهاية، الاستمرار، الاشتقاق

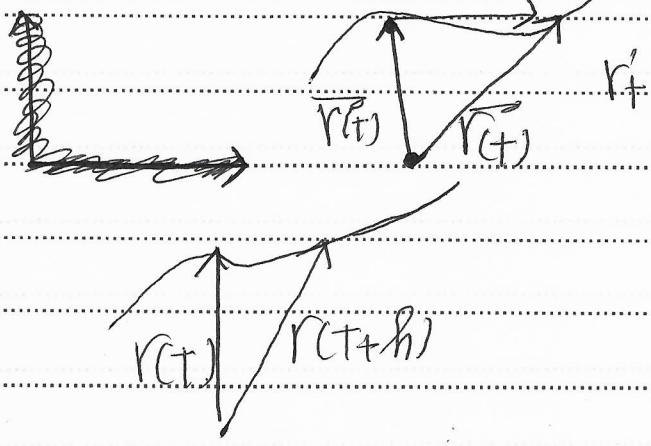
بما أنّ التوابع الشعاعية هي أحد مركبات توابع حقيقية، تؤول دراسة الاستمرار والاشتقاق إلى استمرار واشتقاق المركبات.

ملاحظة:

$(r_1+r_2)' = (r_1)' + (r_2)'$

$(r_1 \cdot r_2)' = (r_1)' \cdot r_2 + (r_2)' \cdot r_1$

$(r_1 \wedge r_2)' = (r_1)' \wedge (r_2) + (r_2)' \wedge (r_1)$



هام

$r' = \lim_{h\to 0} \frac{r(t+h)-r(t)}{h}$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

برهن: التابع الشعاعي الذي طويلته ثابتة قابل للاشتقاق بمشتقه

البرهان: بفرض $\vec{a}$ تابع شعاعي طويلته

$$a = |\vec{a}|$$

$$\vec{a}\cdot\vec{a} = |\vec{a}|^2$$

$$\vec{a}\cdot\vec{a}' + \vec{a}'\cdot\vec{a} = 0$$

$$2\vec{a}\cdot\vec{a}' = 0$$

$$\vec{a}\cdot\vec{a}' = 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{a} \perp \vec{a}'$$

انتهت المحاضرة

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

مكتبة A to Z