كلية العلوم

القسم : **الرياضيات**

السنة : **الاولى**

المادة : تحليل رياضي٢

المحاضرة : الاولى/نظري/

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

2025

كلية العلوم ، كلية الصيدلة ، الهندسة التقنية

4

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر(What's app-Telegram)على الرقم 0931497960

تذكرة ببعض التوابع المثلثية

$\sin x : \mathbb{R} \longrightarrow [-1,1]$ تابع فردي

$\cos x : \mathbb{R} \longrightarrow [-1,1]$ تابع زوجي

$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} \quad \mathbb{R} \setminus \{\pi/2 + \pi k ; k \in \mathbb{Z}\} \longrightarrow \mathbb{R}$

$\cot x = \frac{\cos x}{\sin x} \quad \mathbb{R} \setminus \{\pi k ; k \in \mathbb{Z}\} \longrightarrow \mathbb{R}$

علاقات مثلثية

$\sin(-x) = -\sin(x)$ ، $\cos(-x) = \cos x$

$\sin 2x = 2 \sin x \cos x$ ؛ $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = 2\cos^2 x - 1 = 1 - 2\sin^2 x$

$\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$ ، $\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$

$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$ ، $1 + \cot^2 x = \frac{1}{\sin^2 x}$

2- التوابع العكسية للتوابع المثلثية السابقة

1- التابع $\sin x$ وحيد التقسيم على المجال $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ فلك يملك تابع عكسي هو $\arcsin x$

$\arcsin x : [-1,1] \longrightarrow [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$

2- التابع $\cos x$ وحيد التقيس على المجال $[0,\pi]$ فلك دالته عكسية هي $\arccos x$

$\arccos x : [-1,1] \longrightarrow [0,\pi]$

3- التابع $\tan x$ وحيد التقيس على المجال $]-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}[$ فلك تابع عكسي هو

$\arctan x : \mathbb{R} \longrightarrow]-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}[$

4- التابع $\cot x$ وحيد التقيس على المجال $]0,\pi[$ فلك تابع عكسي هو $\operatorname{arccot} x$

$\operatorname{arccot}(x) : \mathbb{R} \longrightarrow]0,\pi[$

3- التوابع القطعية الخيرة:

$$\operatorname{sh} x = \frac{e^x - e^{-x}}{2} : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} \; ; \; \operatorname{ch} x = \frac{e^x + e^{-x}}{2} : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}.$$

$$\operatorname{Th} x = \frac{\operatorname{sh} x}{\operatorname{ch} x} = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} : \mathbb{R} \longrightarrow]-1,1[.$$

$$\operatorname{cTh} x = \frac{\operatorname{ch} x}{\operatorname{sh} x} = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}} : \mathbb{R}\setminus\{0\} \longrightarrow]-\infty,-1[\cup]1,+\infty[.$$

تذكرة بعض العلاقات الخيرة:

$$\operatorname{ch}^2 x - \operatorname{sh}^2 x = 1 \; ; \; \operatorname{sh}(-x) = -\operatorname{sh}(x) \; ; \; \operatorname{ch}(-x) = \operatorname{ch}(x)$$

$$\operatorname{sh} 2x = 2 \operatorname{sh} x \operatorname{ch} x \; ; \; \operatorname{ch} 2x = \operatorname{ch}^2 x + \operatorname{sh}^2 x.$$

$$2\operatorname{ch}^2 x - 1 = 1 + 2\operatorname{sh}^2 x.$$

$$\operatorname{ch}^2 x = \frac{\operatorname{ch} 2x + 1}{2} \; , \; \operatorname{sh}^2 x = \frac{\operatorname{ch} 2x - 1}{2}.$$

$$1 - \operatorname{Th}^2 x = \frac{1}{\operatorname{ch}^2 x} \; , \; 1 - \operatorname{cTh}^2 x = -\frac{1}{\operatorname{sh}^2 x}.$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

$ch x + sh x = e^x$; $ch x - sh x = e^{-x}$

$(ch x + sh x)^n = ch nx + sh nx$

4- التوابع العكسية للتوابع القطعية الشهيرة

① التابع sh x لها دالة عكسية

$arg sh x : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$; $arg sh x = Ln(x + \sqrt{x^2+1})$

② التابع ch x لها دالة عكسية هي arg ch x

$arg ch x : [1, +\infty[\longrightarrow [0, +\infty[$

$arg ch x = Ln(x + \sqrt{x^2-1})$

③ التابع Th x لها دالة عكسية هي arg Th x

$arg Th x :]-1, 1[\longrightarrow \mathbb{R}$

$arg th x = \frac{1}{2} Ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$

④ التابع cTh x لها دالة عكسية هي arg cTh x

$arg cTh x :]-\infty, -1[\cup]1, +\infty[\longrightarrow \mathbb{R}\setminus\{0\}$

$arg cTh(x) = \frac{1}{2} Ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$

نذكر الآن بمعنى مشتقات الدالة المجموعة الأولى.

التابع y	مشتق التابع y
$y = ax+b ; a,b \in \mathbb{R}$	$y' = a$
$y = x^n$	$y' = n.x^{n-1}$
$y = (g(x))^n$	$n.(g(x))^{n-1}.g'(x)$
$y = a^{g(x)} ; a>0$	$y' = g'(x).Ln(a).a^{g(x)}$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

مثال:

$y = x^7 + 2^{x^2} + \pi x + e$

$= 7x^6 + 4x \cdot \ln(2) \cdot 2^{x^2} + \pi$

المجموعة الثانية:

التابع y	مشتق التابع y
$y = \ln(g(x))$	$y' = \frac{g'(x)}{g(x)}$
$y = e^{g(x)}$	$g'(x) \cdot e^{g(x)}$

مثال:

$f(x) = \ln\left(\frac{1+x}{x}\right) + e^{\frac{1}{2}x}$

$= \frac{\left(\frac{1+x}{x}\right)'}{\frac{1+x}{x}} + \frac{1}{2} e^{\frac{1}{2}x} = -\frac{1}{x(x+1)} + \frac{1}{2} e^{\frac{1}{2}x}$

المجموعة الثالثة

التابع y	مشتق التابع y
$y = \sin(g(x))$	$y' = g'(x) \cdot \cos(g(x))$
$y = \cos(g(x))$	$y' = -g'(x) \sin(g(x))$
$y = \tan(g(x))$	$y' = \frac{g'(x)}{\cos^2(g(x))}$
$y = \cot(g(x))$	$y' = \frac{-g'(x)}{\sin^2(g(x))}$

مثال:

$y = \sin(x^2 + x)$

$y'' = 2x + 1 \cdot \cos(x^2 + x)$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

مثال:

$$y = \operatorname{Tan}\left(\frac{1}{x}\right)$$

$$y' = -\frac{1}{x^2} \cdot \frac{1}{\cos^2\left(\frac{1}{x}\right)} = -\frac{1}{x^2 \cos^2\left(\frac{1}{x}\right)}$$

المجموعة الرابعة:

التابع y	مشتق التابع y
$y = \arcsin(g(x))$	$y' = \frac{g'(x)}{\sqrt{1-(g(x))^2}}$
$y = \arccos(g(x))$	$y' = \frac{-g'(x)}{\sqrt{1-(g(x))^2}}$
$y = \operatorname{arcTan}(g(x))$	$y' = \frac{g'(x)}{1+(g(x))^2}$
$y = \operatorname{arccoT}(g(x))$	$\frac{-g'(x)}{1+(g(x))^2}$

مثال:

$$y = \operatorname{arcTan}(x^2+2x+1)$$

$$y' = \frac{2x+2}{1+(x^2+2x+1)^2} = \frac{2x+1}{1+(x+1)^4}$$

المجموعة الخامسة:

التابع y	مشتق التابع y
$y = sh(g(x))$	$y' = g'(x) \cdot ch(g(x))$
$y = ch(g(x))$	$g'(x) \cdot sh(g(x))$
$y = Th(g(x))$	$y' = \frac{g'(x)}{ch^2(g(x))}$
$y = cTh(g(x))$	$y' = \frac{-g'(x)}{sh^2(g(x))}$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

مثال:

$y = cTh(e^{\pi x} + 5)$

$y' = \frac{-\pi \cdot e^{\pi x}}{sh^2(e^{\pi x}+5)}$

المجموعة الثانية:

التابع y	مشتق التابع y'
$y = arg.sh(g(x))$	$y' = \frac{g'(x)}{\sqrt{(g(x))^2+1}}$
$y = arg.ch(g(x))$	$\frac{g'(x)}{\sqrt{(g(x))^2-1}}$
$y = arg.Th(g(x))$	$y' = \frac{g'(x)}{1-g(x)^2}$
$y = arg.cth(g(x))$	$y' = \frac{g'(x)}{1-(g(x))^2}$

مثال:

$y = e^{arctanx}$

$y' = (arctanx)' \cdot e^{arctanx}$

$= \frac{1}{1+x^2} \cdot e^{arctanx}$

انتهت المحاضرة

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

مكتبة A to Z