



كلية العلوم

القسم : علم الحياة

السنة : الاولى

المادة : فيزياء حيوية

المحاضرة : حساب الاخطاء/ عملي/

{{ مكتبة A to Z }}

مكتبة A to Z : Facebook Group

كلية العلوم ، كلية الصيدلة ، الهندسة التقنية

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر (What's app-Telegram) على الرقم 0931497960



$$\frac{dA}{A} = \frac{n \cdot B^{n-1} \cdot \cancel{C} \cdot dB}{B^n \cdot \cancel{C}} + \frac{B^n \cdot \cancel{C} \cdot dC}{B^n \cdot C}$$

وهي معادلة
حساب الأخطاء
النموذجية

$$\frac{dA}{A} = \frac{n \cdot B^{n-1}}{B^n} dB + \frac{dC}{C}$$

لدينا ثلاث أخطاء ترد في المسائل وهي (الخطأ النسبي، الخطأ النسبي المئوي، الخطأ المطلق) يمكن إيجادها من خلال معادلة حساب الأخطاء للحصول على الخطأ النسبي.

نستبدل رمز التفاضل التام d في معادلة حساب الأخطاء برمز الارتياح Δ، والاشارات السالبة تتحول لموجبة إن وُجدت كما يلي:

$$\frac{\Delta A}{A} = \frac{n \cdot B^{n-1} \cdot \Delta B}{B^n} + \frac{\Delta C}{C}$$

✓ للحصول على الخطأ النسبي المئوي:

$$\frac{\Delta A}{A} \% = \left(\frac{n \cdot B^{n-1} \cdot \Delta B}{B^n} + \frac{\Delta C}{C} \right) \times 100$$

فقط نضرب الخطأ النسبي السابق بـ 100* كما يلي:

✓ للحصول على الخطأ المطلق ΔA:

$$\Delta A = \left(\frac{n \cdot B^{n-1} \cdot \Delta B}{B^n} + \frac{\Delta C}{C} \right) \times A$$

يمكننا حسابه من عبارة الخطأ النسبي بعد ضرب طرفها بـ A كما يلي:

حيث أن:

ΔA, ΔB, ΔC, ΔD هي مقدار عددي يعبر عن مقدار الخطأ المركب (الارتياح) خلال عملية القياس.

حساب الارتياح (الأخطاء):

تقع الأخطاء في القياسات أثناء إجراء التجارب وذلك بسبب العديد من المصادر منها (أنواع القياس، المجرب، القوانين المستخدمة) (التي تحوي ... √، π) وأيضاً ظروف التجربة).

وبغية الحرص على تجنب الوقوع في الخطأ وحصره ضمن حدود مقبولة سنستخدم طريقتين لحساب مقدار الخطأ في قياس تجربة معينة (قانون معين).

أولاً: الطريقة التفاضلية:

"تعتمد هذه الطريقة على خواص الاشتقاق"

– نأخذ العبارة الرياضية التالية $A = B^n \cdot C$ كمثال نموذجي لتوضيح حساب الخطأ المركب في القانون بالطريقة التفاضلية:

(1) نفاضل طرفي العبارة A كما يلي:

$$dA = n \cdot B^{n-1} \cdot C \cdot dB + B^n dC \quad (*)$$

(2) نقسم طرفي العبارة (*) على A

$$\frac{dA}{A} = \frac{n \cdot B^{n-1} \cdot C \cdot dB + B^n dC}{A}$$

نعوض عن A في الطرف اليمين:

$$\frac{dA}{A} = \frac{n \cdot B^{n-1} \cdot C \cdot dB + B^n dC}{B^n \cdot C}$$

نُصلح العلاقة ونجهزها للاختصار:

نعوض للحصول على القيمة العددية للخطأ النسبي فيكون

$$\frac{\Delta S}{S} = \frac{2 \times 0.001}{0.5} = 0.004$$

ثانياً: الخطأ النسبي المئوي

من عبارة الخطأ النسبي نضرب الطرفين بـ %

$$\frac{\Delta S}{S} \% = \frac{2 \cdot \Delta r}{r} \times 100$$

نعوض للحصول على القيمة العددية للخطأ النسبي المئوي فيكون

$$\frac{\Delta S}{S} \% = \frac{2 \times 0.001}{0.5} \times 100 = 4\%$$

ثالثاً: الخطأ المطلق

من عبارة الخطأ النسبي نحصل على الخطأ المطلق في حساب مساحة الدائرة

$$\Delta S = \left(2 \frac{\Delta r}{r}\right) \times S$$

نعوض للحصول على القيمة العددية للخطأ النسبي المئوي فيكون

$$S = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 0.5^2 = 0.785375 m^2$$

$$\Delta S = \left(2 \frac{0.001}{0.5}\right) \times 0.785375 = 0.0031415$$

.....

سؤال: أوجد بالطريقة التفاضلية الخطأ النسبي والنسبي المئوي والمطلق المرتكب في

حساب مساحة دائرة نصف قطرها $r = 0.5m$ ،

$$\text{علماً أن } \Delta r = 0.001m$$

الحل:

نعلم أن مساحة الدائرة تعطى بالعلاقة $S = \pi \cdot r^2$ بالتالي

نشتق طرفي عبارة مساحة الدائرة

$$ds = 2\pi r \cdot dr$$

نقسم طرفي المعادلة على S

$$\Rightarrow \frac{ds}{S} = \frac{2\pi r \cdot dr}{S}$$

فتصبح من الشكل:

$$\frac{ds}{S} = \frac{2\pi r \cdot dr}{\pi \cdot r^2}$$

نختصر المقادير المتشابهة:

$$\frac{ds}{S} = \frac{2 \cdot dr}{r}$$

فيكون:

أولاً: الخطأ النسبي

$$\frac{\Delta S}{S} = \frac{2 \cdot \Delta r}{r}$$

لدينا ثلاث أخطاء ترد في المسائل وهي (الخطأ النسبي، الخطأ النسبي المئوي، الخطأ المطلق) يمكن إيجادها من خلال معادلة حساب الأخطاء

✓ للحصول على الخطأ النسبي:

نستبدل رمز التفاضل التام d في معادلة حساب الأخطاء برمز الارتفاع Δ ، والاشارة السالبة تتحول لموجبة إن وجدت كما يلي:

$$\frac{\Delta A}{A} = \frac{n \cdot \Delta B}{B} + \frac{\Delta C}{C}$$

✓ للحصول على الخطأ النسبي المئوي:

فقط نضرب الخطأ النسبي السابق بـ % أو $100 \times$ كما يلي:

$$\frac{\Delta A}{A} \% = \left(\frac{n \cdot \Delta B}{B} + \frac{\Delta C}{C} \right) \times 100$$

✓ للحصول على الخطأ المطلق ΔA :

يمكننا حسابه من عبارة الخطأ النسبي بعد ضرب طرفيها بـ A كما يلي:

$$\Delta A = \left(\frac{n \cdot \Delta B}{B} + \frac{\Delta C}{C} \right) \times A$$

حيث أن:

$\Delta A, \Delta B, \Delta C, \Delta D$ هي مقدار عددي يعبر عن قيمة الخطأ المركب (الارتفاع) خلال عملية القياس.

ثانيًا: الطريقة اللوغاريتمية:

"تعتمد هذه الطريقة على خواص اللوغاريتم والاشتقاق"

لأخذ العبارة الرياضية التالية $A = B^n \cdot C$ كمثال نموذجي لتوضيح حساب الخطأ المركب في القانون بالطريقة اللوغاريتمية:

(1) نأخذ لوغاريتم طرفي العبارة A كما يلي :

$$\ln A = \ln(B^n \cdot C)$$

وباستخدام خاصية اللوغاريتم التالية

$$\ln(x \times y \times z \times \dots) = \ln x + \ln y + \ln z + \dots$$

تصبح العبارة $\ln A$ من الشكل:

$$\ln A = \ln B^n + \ln C$$

وباستخدام خاصية اللوغاريتم التالية

$$\ln x^n = n \cdot \ln x$$

فتصبح العبارة $\ln A$ من جديد من الشكل:

$$\ln A = n \ln B + \ln C$$

(**)

(2) نفاضل طرفي العبارة ** كما يلي

$$d(\ln A) = n \cdot d(\ln B) + d(\ln C)$$

$$\frac{dA}{A} = n \cdot \frac{dB}{B} + \frac{dC}{C}$$

وهي معادلة حساب الأخطاء النموذجية

ثانياً: الخطأ النسبي المئوي

من عبارة الخطأ النسبي ΔS نحسب الطرفين بـ %

$$\frac{\Delta S}{S} \% = \frac{2 \cdot \Delta r}{r} \times 100$$

نعوض للحصول على القيمة العددية للخطأ النسبي المئوي فيكون

$$\frac{\Delta S}{S} \% = \frac{2 \times 0.001}{0.5} \times 100 = 4\%$$

ثالثاً: الخطأ المطلق

من عبارة الخطأ النسبي ΔS نحصل على الخطأ المطلق في حساب مساحة الدائرة

$$\Delta S = \left(2 \frac{\Delta r}{r}\right) \times S$$

نعوض للحصول على القيمة العددية للخطأ النسبي المئوي فيكون

$$S = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 0.5^2 = 0.785375 m^2$$

$$\Delta S = \left(2 \frac{0.001}{0.5}\right) \times 0.785375 = 0.0031415$$

سؤال: أوجد بالطريقة اللوغاريتمية الخطأ النسبي والنسبي المئوي والمطلق المرتكب في

حساب مساحة دائرة نصف قطرها $r = 0.5m$ ،

$$\Delta r = 0.001m$$

الحل:

نعلم أن مساحة الدائرة تعطى بالعلاقة $S = \pi \cdot r^2$ بالتالي

نأخذ لوغاريتم طرفي العبارة S كما يلي:

$$\ln S = \ln \pi \cdot r^2$$

وبتطبيق خصائص اللوغاريتم تصبح عبارة $\ln S$ من الشكل:

$$\ln S = \ln \pi + \ln r^2 = \ln \pi + 2 \cdot \ln r \quad (*)$$

نفاضل طرفي العبارة (*) كما يلي:

$$\frac{dS}{S} = 0 + 2d \ln r$$

$$\Rightarrow \frac{dS}{S} = 2 \cdot \frac{dr}{r}$$

معادلة حساب
الأخطاء

فيكون:

أولاً: الخطأ النسبي

$$\frac{\Delta S}{S} = \frac{2 \cdot \Delta r}{r}$$

نعوض في معادلة حساب الأخطاء للحصول على القيمة العددية للخطأ النسبي فيكون

$$\frac{\Delta S}{S} = \frac{2 \times 0.001}{0.5} = 0.004$$

6- أوجد بالطريقتين التفاضلية واللوغاريتمية الخطأ النسبي والنسبي المئوي

والمطلق المركب في حساب دور النواص المرن فيه

$$m = 0.8 \text{ kg}, k = 1.2 \times 10^{-2} \text{ N.m}^{-1}$$

$$\Delta k = 0.02 \text{ N.m}^{-1} \text{ و } \Delta m = 0.01 \text{ m}$$

7- أوجد بالطريقتين التفاضلية واللوغاريتمية الخطأ النسبي والنسبي المئوي

والمطلق المركب في حساب تدفق الجزيئات عبر أغشية الخلايا النباتية

المعروف باسم قانون برنولي-هولدن لانتشار الجزيئات عبر الأغشية (الانتشار

البسيط) والذي يُعطى بالعلاقة $D = -D \cdot \left(\frac{dc}{dx}\right)$ حيث أن: معامل الانتشار

$$\left(\frac{dc}{dx}\right) = 50 \text{ mol.m}^{-4} \text{ وتدرج التركيز } D = 2.5 \times 10^{-9} \text{ m}^2 \text{s}^{-1}$$

$$\Delta D = 0.02 \text{ m}^2 \text{s}^{-1} \text{ و } \Delta \left(\frac{dc}{dx}\right) = 0.01 \text{ mol.m}^{-4}$$

8- أوجد بالطريقتين التفاضلية واللوغاريتمية الخطأ النسبي والنسبي المئوي

والمطلق المركب في قياس مقاومة R عند تطبيق فرق كمن V بين طرفيها

فيمر عبرها تيار شدته I

$$\Delta V = \Delta I = 0.01 \text{ m}$$

9- أوجد بالطريقتين التفاضلية واللوغاريتمية الخطأ النسبي والنسبي المئوي

والمطلق المركب في قياس المقدار $S = \frac{x}{y^2}$.

$$\Delta x = \Delta y = 0.01 \text{ m}$$

إعداد المدرسين:

أنس مغامس زينا خضر

تدريبات:

1- أوجد بالطريقتين التفاضلية واللوغاريتمية الخطأ النسبي والنسبي المئوي

والمطلق المركب في حساب حجم متوازي مستطيلات أبعاده

$$x = 8 \text{ m}, y = 4 \text{ m}, z = 2 \text{ m}$$

$$\Delta x = \Delta y = \Delta z = 0.01 \text{ m}$$

2- أوجد بالطريقتين التفاضلية واللوغاريتمية الخطأ النسبي والنسبي المئوي

والمطلق المركب في حساب حجم مكعب طول ضلعه $x = 8 \text{ m}$

$$\Delta x = 0.02 \text{ m}$$

3- أوجد بالطريقتين التفاضلية واللوغاريتمية الخطأ النسبي والنسبي المئوي

والمطلق المركب في حساب حجم أسطوانة نصف قطرها $r = 0.2 \text{ m}$

$$h = 0.8 \text{ m}$$

$$\Delta r = \Delta h = 0.02 \text{ m}$$

4- أوجد بالطريقتين التفاضلية واللوغاريتمية الخطأ النسبي والنسبي المئوي

والمطلق المركب في حساب حجم نصف كرة نصف قطرها $r = 0.3 \text{ m}$ علماً

$$\Delta r = 0.02 \text{ m}$$

5- أوجد بالطريقتين التفاضلية واللوغاريتمية الخطأ النسبي والنسبي المئوي

والمطلق المركب في حساب مساحة مستطيل أبعاده

$$x = 8 \text{ m}, y = 4 \text{ m}$$

$$\Delta x = \Delta y = 0.01 \text{ m}$$