كلية العلوم

القسم : **الكيمياء**

السنة : **الاولى**

المادة : رياضيات عامة٣

المحاضرة : الاولى/نظري/

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

كلية العلوم ، كلية الصيدلة ، الهندسة التقنية

٤

2025

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر(What's app-Telegram)على الرقم 0931497960

(1) الاحتمالات: تتعلق بتجربة احتمالية وفق ظاهرة معروفة نتائجها جميعها

- مجموعة نتائج التجربة ندعوها (فضاء العينة) S

مثال: $S=\{(H,H),(H,T),(T,H),(T,T)\}$

- عندما نعطي صفة للنتيجة نكون قد صنفنا نتائج التجربة وبالتالي حصلنا على مجموعات جزئية تسمى أحداث التجربة

مثلا عند إلقاء حجر نرد نحصل على النتائج $[1,2,3,4,5,6]$

فعندما نقول الحصول على عدد زوجي نكون قد جزئنا فضاء العينة

فضاء يدل على العدد الزوجي وفضاء يدل على العدد الفردي

$A=[2,4,6]$ زوجي $B[1,3,5]$ فردي

الحدث الكلي ← يحوي جميع العناصر

$[6]\ldots[2],[1]$ ← تسمى أحداث أولية ببطء

رمز $\emptyset$ حدث مستحيل

Σ حدث أكيد

* الحدث: مجموعة جزئية من فضاء العينة ورمز له بأحرف كبيرة

- تعرف تابع يدعوه تابع الاحتمال يعرف كل حدث بعدد حقيقي محصور بين الصفر والواحد هو مقدار حوصلة وله تعريفات

مكتبة A to Z - كلية العلوم (جامعة طرطوس) - TEL:0931497960

احتمال هندسي: يستخدم في حالة وقوع عناصر فضاء العينة غير متساوية الاحتمال.

* تعيين حالة العينة 1: يستخدم عادة عندما تكون الأحداث البسيطة للتجربة مختلفة في الاحتمال بسبب تركيب حجر النرد أو قطعة النقود بشكل غير متوازن فالنتيجة بشكل غير متوازن يكون الاحتمال بيانيه:

$$p(A) = p[1] + p[4] + p[6]$$

2 هو عندما تتساوى الأحداث البسيطة في الاحتمال يكون احتمال الحدث $p(A)$ بيانيه

$$p(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$$

عدد عناصر A / عدد عناصر Ω

$$p : p(\Omega) \longrightarrow [0,1]$$

أحداث التجربة

1) $p(A) \geq 0 \qquad p(\Omega) = 1$

2) $p(A \cup B) = p(A) + p(B) \quad : A \cap B = \emptyset$

$(\Omega, p(\Omega), p)$

* بعض صفات الأحداث:

أحداث أولية أو بسيطة مثيل $\emptyset$ أكبر Ω ومثالث صفات آخرى تجربة صفات العينة

1- $A \cap B = \emptyset$ منفصلين متنافيين

2- $A \cup B = \Omega$ و $A \cap B = \emptyset$ متعاكسين متنافيين

ونرمز له $B = A'$ متمم

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

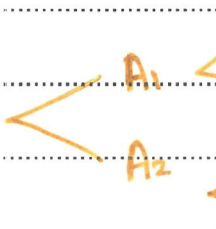
فضاء احتمالي:

اصطلاح: يدعى الفضاء فضاء متساوي الاحتمال إذا كانت الأحداث البسيطة لها نفس الاحتمال ويدعى فضاء غير متساوي الاحتمال إذا كانت أحداثه البسيطة غير متساوية في الاحتمال ولدينا القواعد الآتية:

نظرية الأحداث الشاملة:

لتكن لدينا مجموعة منتهية من الأحداث المنفصلة مثنى مثنى $A_1, A_2, \dots, A_n$ من مجموعة شاملة نسبياً Ω بحيث $\Omega = A_1 \cup A_2 \cup A_3 \dots \cup A_n$

نريد حساب احتمال الفضاء Ω وليكن الحدث B واقعاً مع إحدى هذه الأحداث على الأقل يكون احتمال الحدث B



$$P(B) = P(A_1) \cdot P(B/A_1) + P(A_2) \cdot P(B/A_2) + \dots + P(A_n) \cdot P(B/A_n)$$

حيث $P(A_1/B) = \frac{P(A_1 \cap B)}{P(B)}$ ← احتمال شرطي

تقرأ على الشكل الجانبي وهو إعادة

إذا علمت أن B قد وقع ما احتمال وقوع A_1

$$= \frac{P(A_1 \cap B)}{P(A_1) \cdot P(B/A_1) + P(A_2) \cdot P(B/A_2)}$$

وهي صيغة بايز للأحداث الشاملة

* استقلال احتمالي:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$
$$P(A/B) = P(A)$$
$$P(B/A) = P(B)$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

إذا كان A و B مستقلان فإن A و B' مستقلين
A' و B
A' و B'

تمرين 1: مجموعتان من أوراق اللعب 52 سحب ورقة واحدة من كل مجموعة من المجموعتين، ما احتمال أن تكون إحدى الورقتين آس على الأقل

ورقة اللعب
A P

أي $x \in A \cup B$

$x \in A$ أو $x \in B$ أو $x \in A \cap B$

الحل:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{1}{52} + \frac{1}{52} - \frac{1}{52} \times \frac{1}{52} = \cdots$$

تمرين 2: سحب ورقتين معاً من مجموعة الورق (52) ورقة، ما احتمال أن تكون أحد الورقتين على الأقل ديناري

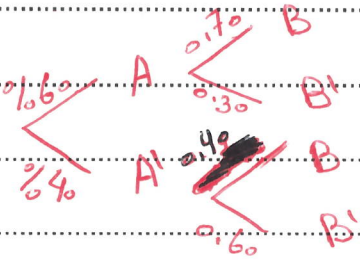
الحل: بطريقة التوافيق

$$P(A) = \frac{\binom{13}{2} + \binom{13}{1}\binom{39}{1}}{\binom{52}{2}}$$

عدد الحالات الموافقة للحدث / عدد الحالات الممكنة الحدث

تمرين 3: مرمت كرة قدم يلعب 60% من ألعابه على أرض ملعبه و 40% من ألعابه على أرض الخصم، فإذا علمت أن احتمال ربح الفريق على أرضه 70% واحتمال ربح الخصم على أرضه 40% ارسم مخطط شجري يدل على التجربة، احسب احتمال ربح الفريق

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة



الحل: $P(B) = P(A).P(B|A) + P(A')P(B|A)$

$= 0.6 \times 0.7 + 0.4 \times 0.4$

* إذا علمت أن الفريق ربح ما احتمال أنه ربح على أرضه

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(A) \cdot P(B|A) + P(A') \cdot P(B|A)}$$

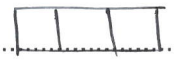
$$= \frac{0.6 \times 0.7}{0.6 \times 0.7 + 0.4 \times 0.4} = \frac{0.42}{0.58} = \frac{42}{58}$$

* المبدأ الأساسي من العد *

1) الـ $n \times m$: إذا كررنا التجربة مرتين

مثلاً عند إلقاء حجر النرد مرتين

2) قاعدة التبادل: عند تبديل ثلاث أشياء مختلفة a,b,c



$3 \times 2 \times 1$

كالسؤال على التتالي دون إعادة لجميع العناصر من مجموعة مختلفة

لدينا 5 عناصر مختلفة

$5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$

من أجل عدد n من التبديلات المختلفة $n!$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

3 التبديلات: هو عدد التراتيب

$P_r^n = n(n-1)\dots(n-r+1)$

ويستخدم في حالة السحب على التتالي دون إعادة $= \frac{n!}{(n-r)!}$

مثال: لدينا صندوق يحوي 5 كرات سحبت من الصندوق على التتالي ثلاث كرات ما عدد طرق السحب؟

هو ترتيب $P_3^5 = 5 \times 4 \times 3$

4 ما عدد تبديلات n من الأشياء تحوي مجموعات من العناصر

[1, 1, 3, 3, 3, 5, 6, 6] عنصراً مختلفاً n

n_1 n_2 n_3

ما عدد الطرق المختلفة بين هذه الأرقام

$\frac{n!}{n_1! \cdot n_2! \cdots n_6!}$

$\frac{8!}{2! \cdot 3! - 1! \cdot 2!} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{2 \times 3 \times 2 \times 2}$

مثال: ما هو عدد التبديلات ←

$\frac{7!}{2!}$

←

$\frac{7!}{2! \times 2!}$

5 عدد التوافيق أو المتوافقات:

يستخدم في حالة السحب معاً من مجموعة ما

$\binom{n}{r} = \frac{P_r^n}{r!} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

6. عدد المجموعات التي يتم بها تقسيم n عنصر إلى عدد من المجموعات الجزئية تحتوي كل منها n_3, n_2, n_1

$$\frac{n!}{n_1! \times n_2! \cdots n_k!}$$

ويرمز له بالرمز

$$\binom{n}{n_1, n_2, \ldots, n_k}$$

مثال:

$[1, 1, 3, 3, 3, 5, 6, 6]$

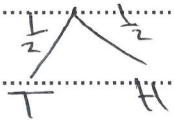
يكون عدد الجزئيات المرتبة هي

$$\binom{8}{2, 3, 1, 2} = \frac{8!}{2! \cdot 3! \cdot 1! \cdot 2!}$$

7. قاعدة التجارب المكررة

إذا ألقينا قطعة نقود 10 مرات ما احتمال ظهور العدد 7 مرات

$n = 10$



H H H H H H H T T T

$$\binom{10}{7}\left(\frac{1}{2}\right)^7\left(\frac{1}{2}\right)^3$$

سيتم إذا كررنا التجربة نفسها مجموعة

وهي تجربة برنولية مكررة 10 مرات

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة