كلية العلوم

القسم : **الفيزياء**

السنة : **الرابعة**

المادة : فيزياء نووية٢

المحاضرة : ١+٢/نظري/د.سمر عمران

{{ A to Z مكتبة }}

Facebook Group : A to Zمكتبة

المحاضرة الأولى والثانية لمقرر الفيزياء النووية 2 – د. سمر عمران

مقدمة: سنعالج بعض المواضيع الأساسية المرتبطة بدراسة الفيزياء النووية:

بدايةً سنتعرف على الأفكار الفيزيائية التالية:

العزوم النووية – النماذج النووية – التفاعلات النووية – القوى النووية والجسيمات الأولية – النشاط الإشعاعي لبعض النوى – إنتاج عناصر جديدة تأتي ما بعد اليورانيوم – ....

نذّكر بأنَّ دراسة الفيزياء النووية تعتمد على مسألتين أساسيتين:

المسألة الأولى: هي دراسة طبيعة وسلوك القوى النووية التي تعمل على ترابط مكونات النواة.

المسألة الثانية: هي دراسة التأثير المتبادل بين هذه الجسيمات وذلك من خلال وضع إطار تحليلي يؤدي إلى حساب القيم الكوانتية التي تصف الجسيمات المدروسة.

نعلم جيداً أنَّ الكثافة النووية هي من أكبر الكثافات التي يمكن أن يتخيلها العقل البشري وهي من رتبة $10^{18}\, Kg/m^3$ وإمكانية التعرّف على هذه القيمة الكبيرة تأتي من خلال العلاقة الكلاسيكية للكثافة $\rho = \frac{m}{V}$ حيث: m: الكتلة، V: الحجم.

على اعتبار النواة كروية الشكل: $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ ، R: نصف القطر.

لتكن m كتلة نيكلون من نواة ما.

نطلق اسم نيكلون (بروتون، نترون) على الجسيمات المكونة للنوى الذرية.

نعلم أنَّ نصف القطر النووي R يُعطى بدلالة العدد الكتلي A:

$$R = r_0 A^{\frac{1}{3}}$$

حيث $r_0 = (1.2) fermi = (1.2) \times 10^{-15} m$ ثابت

(كتلة نيكلون واحد)

$$\rho_{\text{للنواة}} = \frac{mA}{\frac{4}{3}\pi\left(r_0 A^{\frac{1}{3}}\right)^3} = \frac{3mA}{4\pi r_0^3 A} = \frac{3m}{4\pi r_0^3} = \frac{3 \times 1.6 \times 10^{-27} kg}{4 \times 3.14 \times (1.2)^3 \times 10^{-45} m^3} \cong 10^{18}\, Kg/m^3$$

العزوم النووية:

أثبتت الدراسات أنَّ النواة تملك 3 أنواع من العزوم:

1- عزم حركي، 2- عزم مغناطيسي، 3-عزم رباعي أقطاب كهربائي.

السؤال: كيف تنشئ هذه العزوم وماهي طبيعتها وكيف يمكن لنا أن نحسب هذه العزوم؟ قبل الإجابة على هذه التساؤلات يجب الإجابة على السؤال التالي: كيف يمكن وصف الحالة الكوانتية أو الحالة المكممة لجسيم وليكن النيكلون؟

المقدار المكمم: هو ذلك المقدار الذي لا يمكن له أن يأخذ إلا مجموعة من القيم المتقطعة وقد تكون هذه القيم صحيحة أو نصف صحيحة.

درسنا سابقاً أنَّ كلّ جسيم أو كلّ نظام أو مسألة نووية معينة تُوصف بمجموعة من الأعداد تدعى الأعداد الكوانتية وهي بمثابة بصمة أو هوية شخصية للجسيم أو النظام المدروس.

كما أنَّ دراسة حركة نيكلون مفرد في حفرة كمون أو بئر كموني يسمح لنا بإيجاد القيم الخاصة والتوابع الخاصة وذلك بعد إيجاد الأعداد الكوانتية المرافقة أو المعبرّة عن هذا الجسيم. ونعلم أيضاً أنَّ حلّ معادلة شرودنغر في الفيزياء النووية في البعد الثلاثي يسمح بإيجاد القيم الخاصة والتوابع الخاصة.

$$\left\{\frac{d^2}{dr^2}-\frac{l(l+1)}{r^2}+\frac{2m}{\hbar^2}[E-V(r)]\right\}\Psi(r)=0$$

كما أشرنا سابقاً يجب معرفة العدد الكوانتي المداري l مع العلم أنَّ حلّ تلك المعادلة يعطينا أعداد كوانتية جديدة تصف حالة النيكلون المدروس، ولا بدّمن الإشارة إلى أنَّ حلّ المعادلة السابقة لمجموعة جسيمات هو أمر شبه مستحيل ولذلك سنرى لاحقاً الدور الذي لعبته النماذج النووية في عملية الحلّ. من هذه النماذج نموذج النكليون المفرد وقبل المتابعة لا بدّ من التعرّف على الأعداد الكوانتية التي تصف حالة النكليونات الفردية.

الأعداد الكوانتية التي تصف حالة النكليونات الفردية:

هناك مجموعة من الأعداد الكوانتية التي تصف حالة النكليون المفرد، نذكر منها:

1- **العدد الكوانتي الرئيسي:** يرمز له بـ N ويأخذ قيم صحيحة موجبة $N=(1,2,3,\ldots..)$ ، وهذا العدد يمثّل مجموعة عددين هما العدد الكوانتي القطري n والعدد الكوانتي المداري l ، ويُعطى بالعلاقة التالية:

$$N=n+l$$

حيث: $n=1,2,3,\ldots.$

2- **العدد الكوانتي المداري:** يرمز له بـ l ويمثّل العزم الحركي المداري وهو يأخذ قيمة موجبة أو صفراً، أيّ أنّ:

$l = 0,1, \dots\dots, (N-1)$ حيث $l_{max} = N-1$

أمّا طويلته (متجه العزم الحركي) ترتبط بالعزم الحركي المداري بالعلاقة التالية: $L = \hbar\sqrt{l(l+1)}$

ونشير إلى أنَّ كلّ قيمة للعدد المداري l تقابل رمزاً طيفياً محدّداً كما هو موّضح في الجدول التالي:

قيمة l	0	1	2	3	4	5	6	…
الرمز الطيفي المقابل	s	p	d	f	g	h	i	…

3- العدد الكوانتي المغناطيسي المداري:

رمزه m_l وهذا العدد يمثّل مركبة العزم الحركي المداري وفق اتجاه معين كاتجاه حقل مغناطيسي خارجي ويأخذ $(2l+1)$ قيمة سالبة وموجبة وصفراً محصورة في المجال: $-l \le m_l \le +l$ وذلك من أجل قيمة ما لـ l.

مثال: إذا كان النكليون الفردي موجود في السوية الطاقية (الحالة) d أوجد m_l ؟

من أجل d هذا يؤدي إلى أنَّ m_l تأخذ قيم هي $2l+1 = 5$ $l = 2$

$$m_l = -2, -1, 0, 1, 2$$

4- العدد الكوانتي السبيني أو السبين s: تمتلك الجسيمات الأولية عدداً كوانتياً سبينياً سميناه (عزم اللف الذاتي أو السبين) تساوي قيمته $\frac{1}{2}$ إما موجبة أو سالبة أي $(\pm\frac{1}{2})$ وهذا يتعلق بمسقط متجه السبين. طويلته كلاسيكياً $s = \frac{\hbar}{2}\sigma$ حيث σ مصفوفات باولي.

إنَّ قيمة العدد الصحيح s يمثل العدد الكوانتي السبيني أو السبين ويمكن أن يكون إما زوجياً أو معدوماً من أجل البوزونات وفردياً من أجل الفيرميونات (خاصة من أجل الالكترون، البروتون والنترون) أمّا طويلة العزم السبيني الذاتي كوانتياً تساوي:

$$|s| = \hbar\sqrt{s(s+1)}$$

5- العدد الكوانتي المغناطيسي السبيني: رمزه m_s وهذا العدد يمثّل مسقط متجه السبين $\vec{S}$ وفق اتجاه معيّن في هذه الحالة يمكن لـ m_s أن تأخذ قيمتين فقط: $m_s = \pm\frac{1}{2}$ من أجل سبين يساوي نصف $\frac{1}{2}$.

6- العدد الكوانتي الكلي j : يمثل هذا العدد العزم الكلي لنكليون واحد ويساوي مجموع العزم الحركي الزاوي المداري والعزم السبيني معاً. أي $\vec{j} = \vec{l} + \vec{s}$ وطويلته تُعطى بالشكل:

$$|j| = \sqrt{j(j+1)}\hbar$$

حيث j عدد كوانتي داخلي.

7− **العدد الكوانتي المغناطيسي:** رمزه m_j وهذا العدد يمثّل مسقط متجه السبين $\vec{j}$ وفق اتجاه معيّن كاتجاه حقل مغناطيسي خارجي، وكما هو الحال بالنسبة للعزم المداري فهو يأخذ $(2j+1)$ قيمة محصورة في المجال $-j \leq m_j \leq +j$ مع العلم أنَّ هذه القيم لـ m_j قد تكون موجبة وسالبة وصفراً أيضاً.

أثناء دراسة ميكانيك الكم رأينا أهمية ما يسمى محور التكميم وعادة يسمى المحور oz محور تكميم لذلك يمكن كتابة مسقط العزم الحركي الكلي على المحور oz بالشكل التالي:

$$\vec{j} = \vec{l} + \vec{s} \implies \vec{j}^2 = \left(\vec{l} + \vec{s}\right)^2$$

$$\vec{j}_z = \vec{l}_z + \vec{s}_z \implies m_j = m_l + m_s$$

حيث أنَّ القيم التي يأخذها j تكون محصورة في المجال: $|l - s| \leq j \leq l + s$

$$j_{max} = l + s \quad ، \quad j_{min} = |l - s|$$

نلاحظ أنَّ:

$$(m_s)_{max} = s \quad , \quad (m_l)_{max} = l \quad , \left(m_j\right)_{max} = j$$

8− **العدد الكوانتي القطري:** رمزه n ويأخذ القيم $n = 1,2,3, \dots$ .. يمثل هذا العدد عدد العقد التي يحويها تابع الموجة.

ويرتبط هذا العدد بالعدد الكوانتي الرئيسي بالعلاقة التالية: $N = n + l$

9− **العدد الكوانتي الإيزوسبيني:** رمزه T نسمي هذا العدد بنظير السبين أو شبيه السبين أو قرين السبين، لذلك فإنَّ إيزوسبين النكليون له قيمة تساوي النصف وله مسقطان على محور التكميم هما $\pm\frac{1}{2}$. يُحفظ الإيزوسبين في التفاعلات القوية بين الهادرونات. سندرسه لاحقاً بالتفصيل.

كمية الحركة الزاوية:

نعرّف كمية الحركة الزاوية أو العزم الحركي المداري $\vec{L}$ بأنّهُ ذلك المتجه العمودي على المستوي الذي يُحددّهُ كُلاً من متجه السرعة $\vec{v}$ ومتجه الموضع $\vec{r}$ وتتم معالجة متجه كمية الحركة الزاوية من منظورين (كلاسيكي وكوانتي).

- **كلاسيكياً:**

$$\vec{L} = \vec{r} \wedge m\vec{v} = \vec{r} \wedge \vec{p}$$

$$\vec{r} = x\vec{\imath} + y\vec{\jmath} + z\vec{k} \quad , \quad \vec{p} = p_x\vec{\imath} + p_y\vec{\jmath} + p_z\vec{k}$$

وبالتالي مركبات $\vec{L}$ هي:

$$\vec{L} = \vec{r} \wedge \vec{p} = \begin{vmatrix} \vec{\imath} & \vec{\jmath} & \vec{k} \\ x & y & z \\ p_x & p_y & p_z \end{vmatrix}$$

وبفك المعيّن نحصل على العلاقة التالية:

$$\vec{L} = (yp_z - zp_y)\vec{\imath} + (zp_x - xp_z)\vec{\jmath} + (xp_y - yp_x)\vec{k}$$

$$\vec{L} = L_x\,\vec{\imath} + L_y\,\vec{\jmath} + L_z\,\vec{k}$$

حيث:

$$L_x = yp_z - zp_y \quad , \quad L_y = zp_x - xp_z \quad , \qquad L_z = \; xp_y - yp_x$$

تُمثّل المركبات الدريكارتية لـ $\vec{L}$ ، (x, y, z) إحداثيات النقطة P ، $(p_x\,, p_y\,, p_z)$ مركبات $\vec{p}$ و $(\vec{\imath}\,, \vec{\jmath}\,, \vec{k})$ أشعة الواحدة وفق محاور الإحداثيات x و y و z .

- **كمياً أو كوانتياً:** يُعطى مؤثر كمية الحركة بالعلاقة التالية:

$$\hat{p} = -i\hbar\vec{\nabla} = -i\hbar\frac{\partial}{\partial r} = -i\hbar\left(\frac{\partial}{\partial r}\vec{\imath} + \frac{\partial}{\partial r}\vec{\jmath} + \frac{\partial}{\partial r}\vec{k}\right)$$

حيث i العدد التخيلي، $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ ، $\left(\hbar = 1.054 \times 10^{-34}\,J.s \text{ ثابت بلانك}\right)$، ∇: مؤثر نابلا Nabla .

يُكتب المؤثر المرافق لعزم كمية الحركة على الشكل التالي:

$$\vec{L} = -i\hbar\,\vec{r}\wedge\vec{\nabla} = -i\hbar\begin{vmatrix} \vec{\imath} & \vec{\jmath} & \vec{k} \\ x & y & z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \end{vmatrix}$$

لا بُدّ من التذكير على أنَّ هذا الموضوع دُرس بالتفصيل في مقرر الفيزياء الكمومية حيث لاحظنا آنذاك أنَّ المبدلات

$$[\hat{X}_i, \hat{X}_j] = 0 \;\; , \;\; [\hat{p}_i, \hat{p}_j] = 0 \;\; , \qquad [\hat{X}_i, \hat{p}_j] = i\hbar\delta_{ij}$$

حيث: $i, j = x, y, z$ ، δ_{ij} تابع كرونيكر .

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & if \quad i = j \\ 0 & if \quad i \neq j \end{cases}$$

كما أنَّ تبادل مؤثرين A و B يُعرّف بالعلاقة التالية:

$$[\hat{A}, \hat{B}] = \hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A}$$

درسنا سابقاً مركبات العزم الحركي $L_x\,, L_y\;\,, L_z$ والتي لا تقبل التبادل فيما بينها بينما تقبل التبادل مع مؤثر مربع العزم الحركي L^2 بالصيغة التالية:

$$[\hat{L}_x, \hat{L}_y] = i\hbar\hat{L}_z \ , \ [\hat{L}_y, \hat{L}_z] = i\hbar\hat{L}_x \ , \qquad [\hat{L}_z, \hat{L}_x] = i\hbar\hat{L}_y$$

$$[\hat{L}^2, \hat{L}_x] = 0 \ , \ [\hat{L}^2, \hat{L}_y] = 0 \ , \qquad [\hat{L}^2, \hat{L}_z] = 0$$

لاحظنا أثناء دراسة ميكانيك الكم أنّهُ يُرمز للأشعة الخاصة للمؤثرين $\hat{L}_z$ و $\hat{L}^2$ بحسب ترميز ديراك بـ $|l, m\rangle$ وبالتالي:

$$\hat{L}^2|l, m\rangle = L^2|l, m\rangle = \hbar^2 l(l+1)|l, m\rangle$$

حيث: $L = \hbar\sqrt{l(l+1)}$

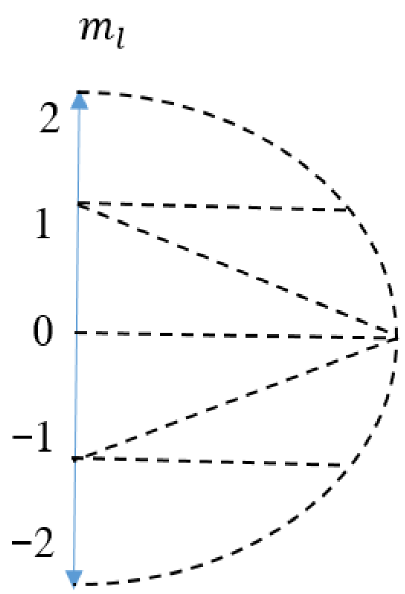
$$\hat{L}_z|l, m\rangle = L_z|l, m\rangle = \hbar m_l|l, m\rangle$$

حيث: l عدد صحيح موجب أو صفر $(l = 0,1,2,3, \dots)$، وتتغير قيم m ضمن المجال التالي $-l < m_l < +l$ بخطة تساوي الواحد، أي أنها تأخذ $(2l + 1)$ قيمة مختلفة من أجل قيمة لـ l .

مثال: من أجل $l = 2$ فإنَّ m_l تأخذ 5 قيم هي:

$$m_l = -2, -1, 0, +1, +2$$

ويمكن تمثيل ذلك بحسب النموذج الشعاعي للعزم الحركي المداري كما يلي:



الشكل 1: يمثّل النموذج الشعاعي لعزم حركي مداري من أجل $l = 2$.

العزم الحركي السبيني (السبين): تدل التجارب أنَّ لكل من البروتون والنترون عزماً حركياً سبينياً مساوياً للعزم الحركي السبيني للإلكترون. وينشأ هذا العزم عن دوران الجسيم حول نفسه إضافة إلى دورانه على مداره. نرمز له بـ s ونرمز للمؤثر المرافق لهذا العزم بـ $\hat{s}$ ، و بـ $\hat{s}_z$ لمركبة $\hat{s}$ وفق محور التكميم (المحور Z)، وهذا العزم يحقق العلاقات السابقة المتعلقة بالعزم الحركي المداري، أي أنَّ:

$$\hat{S}^2|s, m\rangle = s^2|s, m\rangle = \hbar^2 s(s+1)|s, m\rangle = \frac{3}{4}\hbar^2|s, m\rangle$$

حيث: $s^2 = \hbar^2 s(s+1)$ وبالتالي $s = \frac{1}{2}$

$$\hat{s}_z|s,m\rangle = s_z|s,m\rangle = \hbar m_s|s,m\rangle = \pm\frac{\hbar}{2}|s,m\rangle$$

واستناداً إلى ذلك فإنَّ عدد المساقط الممكنة للسبين اثنان فقط، ويتم تحديد هذا العدد كما هو معلوم بالعلاقة التالية: $(2s+1)$ على اعتبار أنَّ $s = \frac{1}{2}$.

ونكتب عادةً أنَّ: $\hat{S} = \frac{\hbar}{2}\vec{\sigma}$ حيث $\vec{\sigma}$ هي مصفوفات باولي، تُعطى كما يلي:

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} ,\sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

وهذه المصفوفات تحقق العلاقات التي يحققها العزم الحركي المداري:

$$[\sigma_x, \sigma_y] = 2i\,\sigma_z$$
$$[\sigma_y, \sigma_z] = 2i\,\sigma_x$$
$$[\sigma_z, \sigma_x] = 2i\,\sigma_y$$

إضافة إلى ذلك فإنَّ:

$$\sigma_x^2 = \sigma_y^2 = \sigma_z^2 = 1$$

$$\sigma_x\,\sigma_y + \sigma_y\,\sigma_x = 0$$

$$\sigma_x\,\sigma_y = i\,\sigma_z$$

$$S^2 = S_x^2 + S_y^2 + S_z^2$$

وصف حالات النكليونات:

إنَّ حل معادلة شرودنغر لنكليون يسمح لنا بالحصول على طاقة هذا النكليون بتابعية أربعة أعداد كوانتية (n, l, m_l, m_s)، وبحسب مبدأ الاستبعاد لباولي فإنَّ بروتونين (نترونين) لا يمكنهما أخذ مجموعة القيم العددية نفسها لـ (n, l, m_l, m_s)، ولكن بالنسبة لنواتين مختلفتين فهذا الكلام غير صحيح.

تجميع النكليونات في النواة:

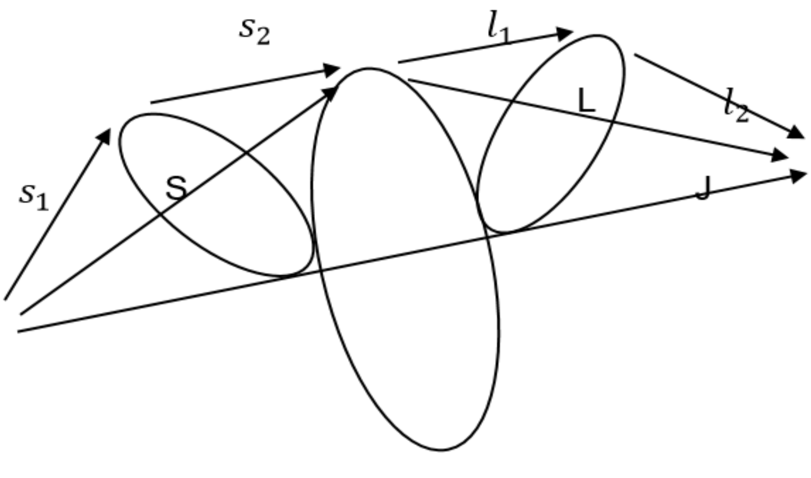
جميع الأشياء في الكون سواء كانت مايكروسكوبية أو ذرية أو نووية تميل إلى الاستقرار والتشكل ضمن مجموعات كثرت أعدادها أو قلت، وكما أنَّ الدراسات التجريبية النووية دلت على موضوع الاقتران أو التزواج بين نيكليونات النواة لكي تصل إلى حالة الاستقرار، علماً أنّهُ عند اجتماع أو اتحاد نكليونين أو أكثر لتكوين نواة ما، فإنَّ الحالة الكوانتية الناتجة تسمى

سوية نووية (يمكن أن تكون سوية مستقرة أو سوية محرضة (مهيجة) للنواة والتي ستسعى لاحقاً للاستقرار)، وتتصف كل سوية نووية بقيمة خاصة للعزم الحركي الكلي.

يُستخدم عادةً في الأطياف الذرية نوعان من التجميع هما: طريقة تجميع العزم السبيني مع العزم الحركي المداري والمسماة بطريقة تجميع السبين-مدار أو اختصاراً $(L-S)$، وطريقة التجميع $(j-j)$. وهذين النوعين من التجميع يُستخدمان أيضاً بالنسبة إلى تجميع النكليونات النووية.

1- الطريقة الأولى: التجميع $(L-S)$: طريقة تجميع السبين-مدار

يُعتبر في هذا التجميع أنَّ التأثير المتبادل بين العزوم الحركية المدارية $\vec{l}$ والعزوم الحركية السبينية $\vec{S}$ للنكليونات يكون مهملاً، ولنفرض أنّهُ لدينا نكليونين لكل منهما عزم حركي مداري وعزم سبيني وطريقة التجميع هذه تستدعي أن يجتمع سبين النكليون الأول $\vec{s}_1$ مع سبين النكليون الثاني $\vec{s}_2$ لنحصل على عزم سبيني $\vec{S}$ ، وبنفس الطريقة يجتمع العزم الحركي المداري للنكليون الأول $\vec{l}_1$ مع العزم الحركي المداري للنكليون الثاني $\vec{l}_2$ لنحصل على عزم حركي مداري $\vec{L}$ ، وبعد الحصول على العزوم $\vec{S},\vec{L}$ فإنَّهما يتجمعان بدورهما لإعطاء العزم الحركي الكلي للسوية النووية $\vec{J}=\vec{L}+\vec{S}$. كما يبدو في الشكل التالي: علماً أنَّ هذه الطريقة تُستخدم عادة في حالة العناصر الخفيفة.



الشكل 2: محصلات العزوم الحركية: المدارية والسبينية والكلية.

يُقابل كل قيمة للعدد الكوانتي L عدد من القيم لـ J تساوي (2S+1) قيمة تختلف فيها الواحدة عن الأخرى التي تليها بمقدار الواحد شريطية أن يتحقق الشرط التالي: $S \le L$ ، وتكتب بالشكل التالي: $^{2s+1}L_J$

مثال:

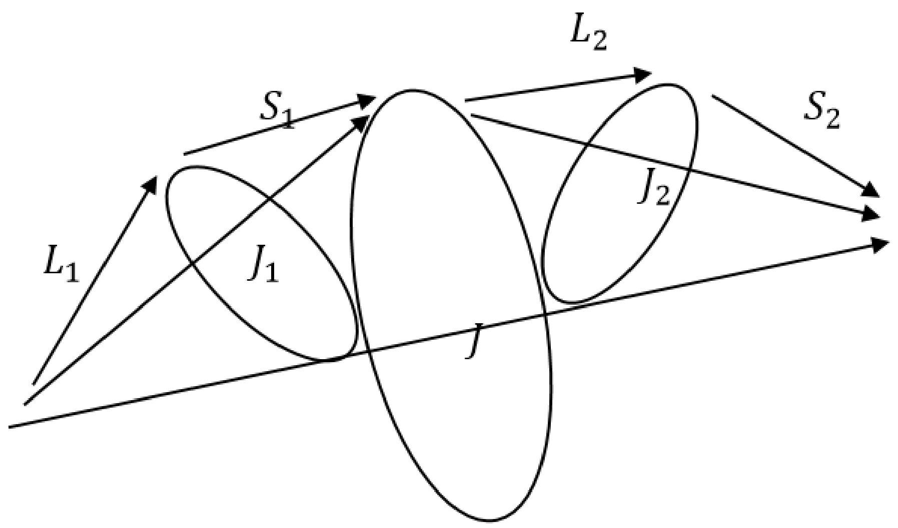
$$L=0\,,S=\frac{1}{2}\ \rightarrow 2S+1=2\ \left(\text{قيمتان}\right)\Longrightarrow J=L\pm S=\pm\frac{1}{2}\ \ \Leftrightarrow\ {}^{2s+1}L_J=\ {}^{2}s_{\frac{1}{2}}$$

$$L=1\,,S=\frac{1}{2}\ \rightarrow 2S+1=2\ \left(\text{قيمتان}\right)\Longrightarrow J=L\pm S=\frac{1}{2}\,,\frac{3}{2}\ \ \Leftrightarrow\ {}^{2s+1}L_J=\ {}^{2}p_{\frac{1}{2}}\,,\ {}^{2}p_{\frac{3}{2}}$$

حيث يمكن أن نعتبر السوية $^{2}p_{\frac{1}{2}}$ كسوية أساسية بينما السوية $^{2}p_{\frac{3}{2}}$ سوية مهيجة.

2- الطريقة الثانية: التجميع أو الترابط (J-J):

تختلف عن الطريقة الأولى أننا نقوم بتجميع العزم الكلي للنكليون الأول J_1 مع العزم الكلي للنكليون الثاني J_2 لكي نحصل على العزم الكلي للنكليون، كما يبدو في الشكل التالي: علماً أنَّ هذه الطريقة تُستخدم عادة في حالة العناصر الثقيلة.



الشكل 3: الترابط (J-J).

مثال: نفرض أنَّ لدينا نكليوناً على السوية المقابلة لعزم مداري $l = 0$ أي موجود على السوية S يتجمع مع نكليون على السوية P حيث أنَّ $l = 1$. **والسؤال كيف يتم تجميع هذين النكليونين؟**

الحل: من أجل ذلك نحسب العزم الحركي للنكليون الأول:

$$\vec{j}_1 = \vec{l}_1 + \vec{s}_1 = l + \frac{1}{2} = 0 + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

ثم نوجد العزم الحركي للنكليون الثاني:

$$\vec{j}_2 = \vec{l}_2 + \vec{s}_2 = l \pm \frac{1}{2} = 1 \pm \frac{1}{2} = \frac{3}{2}, \frac{1}{2}$$

بعد ذلك يتم تجميع J_1معJ_2 على مرحلتين:

الأولى: تمثّل $j_1 = j_2 = \frac{1}{2}$ وتعطي:

$$J = j_1 \pm j_2 = \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2} \Longrightarrow J = 0,1$$

الثانية: تمثّل $j_1 = \frac{1}{2}$ و $j_2 = \frac{3}{2}$ وتعطي:

$$J = j_1 \pm j_2 = \frac{1}{2} \pm \frac{3}{2} \Longrightarrow J = 1,2$$

هذا يعني أنَّ عملية التجميع تؤدي إلى أربع قيم مختلفة لـ J ، يمثّل كل منها سوية طاقية محددة، ويمكننا تمثيل هذه السويات الأربع على النحو التالي:

$$\left(S_{\frac{1}{2}}, P_{\frac{1}{2}}\right)_0 \quad , \quad \left(S_{\frac{1}{2}}, P_{\frac{1}{2}}\right)_1$$

$$\left(S_{\frac{1}{2}}, P_{\frac{3}{2}}\right)_1 \quad , \quad \left(S_{\frac{1}{2}}, P_{\frac{3}{2}}\right)_1$$

حيث أنَّ قيمة J توضع كدليل سفلي من الجهة اليمنى كما يوضع بين القوسين الرمزان المعبران عن الحالة الإفرادية للنكليونين بتابعية قيمة l و j لكل منهما.

والسؤال الآن: ماذا يقابل هذه السويات الطاقية إذا تمّ استخدام طريقة التجميع $L-S$ ؟

لا يمكن للسويتين S وP أن يؤديا بعملية التجميع إلا إلى سويات P والسبب في ذلك يعود إلى أنَّ:

$$L = l_1 + l_2 = 0 + 1 = 1$$

وهذه القيمة تقابل السوية P .

أمّا تجميع سبيني النكليونين فيعطي قيمتين للسبين الكلي هما: $S = S_1 \pm S_2 \Longrightarrow S = 0{,}1$ لذا فإنَّ L و S الناتجين يتجمعان بدورهما بأربع أشكال مختلفة كالتالي:

عندما $L = 1$ و $S = 0$ نحصل على: $J = L + S = 0 + 1 = 1$.

عندما $L = 1$ و $S = 1$ نحصل على: $J = L + S = 1 + 1 = 2 \Longrightarrow J = 0{,}1{,}2$.

وهكذا نحصل على السوية $^1P_1$ المقابلة لـ $\mathrm{J} = L + S = 1$ الناتجة عن $L = 1$ و $S = 0$

ونحصل على السويات: $\left({}^3P_0 \text{ و } {}^3P_1 \text{ و } {}^3P_2\right)$ عندما تنتج J عن $L = 1$ و $S = 1$.

ماذا نستنتج؟

يتضح من ذلك أنَّ طريقة التجميع المتبعة لا تغير العدد الكلي لسويات الطاقة ولا قيم العزم الحركي الكلي لهذه السويات لكنها تغير بشكل كبير القيم النسبية للطاقة الفاصلة بين سوية وأخرى.

ملاحظة: نشير أخيراً إلى أنَّ العزم الحركي الكلي للنواة الناتج عن طريقتي التجميع السابقتين يدعى **سبين النواة**، ويعود السبب في هذه التسمية إلى كون هذا العزم عبارة عزم ذاتي للنواة عندما يُنظر إليها ككل.