

كلية العلوم

القسم : المهنرياء

السنة : الثالثة



المادة : نووية ١

المحاضرة : الثانية/نظري/

{{{ A to Z مكتبة }}}  
2025

Maktabat A to Z : Facebook Group

كلية العلوم ، كلية الصيدلة ، الهندسة التقنية

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر (What's app-Telegram) على الرقم 0931497960

# القوى النووية

## مقدمة:

تهتم الفيزياء النووية بمسألتين أساسيتين وهما:

- 1- فهم طبيعة القوى التي تؤثر بين نيكليونين.
- 2- فهم وتوضيح خواص النوى الثقيلة بدلالة القوى النووية.

و على الرغم من ترابط هاتين المسائلتين ببعضهما الا أنهما مختلفتان كلية لأنه اذا تمت معرفة القوى النووية بصورة كاملة فإن مسألة دراسةمجموعات مكونة من عدة جسيمات لا تزال قيد الدراسة والبحث وهي غير مفهومة في الوقت الحاضر.

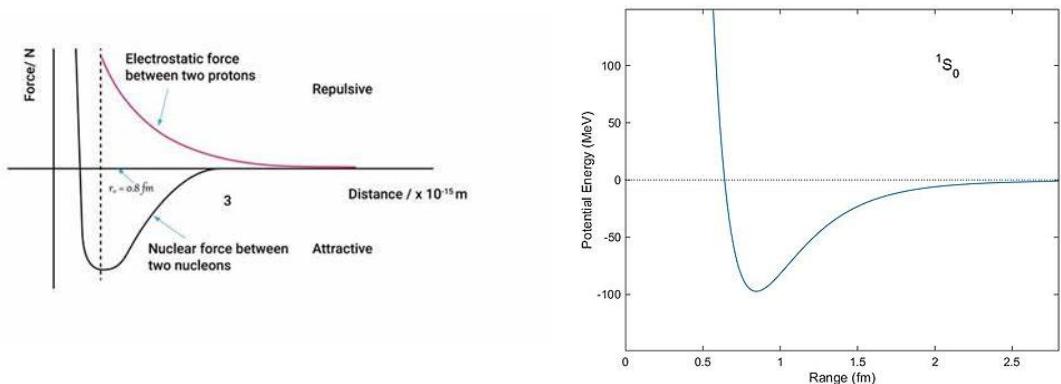
القوى الموجودة بين النيكليونات ليست بسيطة وغير واضحة بشكل تام. وأحد الأسباب التي تجعل هذه القوى غير واضحة هو أن التفاعلات بين النيكليونات ناتجة عن التفاعلات الأساسية بين الكواركات داخل النيوكليونات.

سنعرض فيما يلي أهم الفرضيات التي وُضعت لفهم القوى النووية:

- 1- البروتونات والنترونات هي فرميونات سببها  $1/2$  لذلك هي تخضع لمبدأ باولي.
- 2- القوى النووية تجاذبية وقوية، وهي ذات مدى قصير جداً (بعض الفيميتوميتر fm). التشارك بين القوى والمدى القصير يجعل النظام المكون من نيكليونين متراقب بشكل كبير.
- 3- القوى النووية تكون مستقلة عن شحنة النيكليونات. باهتمال التفاعلات الكولونية (التنافر الكهربائي بين البروتونات) فإن الطاقة الكامنة أو الكمون النووي المتشكل بين بروتون-بروتون سوف يساوي الكمون النووي الموجود بين نترون- نترون.
- 4- أن يكون هناك جزء آخر من القوة النووية ذو مدى أصغر بكثير من نصف قطر النواة يُحاول جعل النواة تتتخذ شكلاً كروياً ويؤدي في الوقت نفسه إلى ازداج النيكليونات.
- 5- أن يكون للقوى النووية حد اشعاع، وهو يظهر كما لو أن كل نيكليون يتداول التأثير مع عدد محدود من النيكليونات المجاورة له مهما كان نوع النواة.
- 6- ان القوة بين نيكليونين تُصبح تنافرية جداً عن مسافة تبلغ  $1/2$  fm، ولهذا من الممكن أن نتصور أن النيوكليونات جزءاً مركزياً صلباً.

تم افتراض أن القوى النووية المؤثرة على أي نيكليون هي القوى الناتجة عن النيكليونات الأخرى التي سيكون عددها ( $A-1$ ). هذه النيكليونات تُنتج طاقة كمونية كبيرة سالبة الشحنة هي المسئولة عن استقرار النيكليون المدروس في النواة. وتكون الطاقة الكمونية من مرتبة  $10^2 MeV$  وذلك لأن الطاقة الحرارية الصغرى التي يتحرك بها نيكليون في نواة خفيفة كالألミニوم بنصف قطر  $6 fm$  هي من مرتبة  $20 MeV$  تقريرياً.

تؤثر الطاقة الكمونية النووية على مجال قصير جداً (من  $1$  إلى  $2$  fm) وهي تتناقص كلما ازدادت المسافة الفاصلة بين النيكليونات.



الشكل 1: تغير القوى النووية ( الطاقة الكمونية النووية) بدلالة المسافة الفاصلة بين نيكليونين.

الشكل يوضح أن القوى النووية تكون أعظمية من أجل مسافة فاصلة بين النيكليونات من مرتبة  $0.8 \text{ fm}$  و بعد المسافة  $2 \text{ fm}$  فإن هذه القوى تتناقص وتأخذ قيمة الصفر و تصبح القوى الكهربائية التناافرية بين النيكليونات هي المسيطرة. ومن أجل مسافة أقل من  $0.8 \text{ fm}$  فإن القوى النووية تُصبح قوى تناافرية.

وفقاً لنظرية الحقل الكمي فإن القوى بين الجسيمات هي ناتجة عن تبادل جسيمات افتراضية. ويكون مدى القوى هو طول موجة كمبتون للجسيم المتبادل ذو الكتلة  $m$ . يمكن شرح عدد من خصائص القوى النووية كمياً باستخدام الجهد النووي الذي اقترحه العالم Yukawa في عام 1939:  $V(r) = g \frac{\hbar c}{r} e^{-r/r_0}$  حيث  $V(r)$  هو ثابت التزاوج وليس له أبعاد، و  $r$  يمثل البعد عن مركز النواة و  $r_0 = \frac{\hbar}{m c}$  هو طول موجة كمبتون.

والشكل العام للتفاعلات النووية القوية بين النيكليونات يمكن أن يُكتب على شكل جمع خطى لكمونات Yukawa:

$$V(r) = \sum_i g_i \frac{\hbar c}{r} e^{-\mu_i r}$$

حيث  $\mu_i = m_i c / \hbar$  ، حيث أن المجموع يمكن أن يتم على مجموعة مستمرة أو متقطعة من الجسيمات التي يحدث بينها التبادل.

أشار Yukawa إلى أن مدى القوى النووية  $r_0 \approx 1.4 \text{ fm}$  يتناسب مع تبادل جسيم بكتلة  $m \approx 140 \text{ MeV}$  . وهو بهذه الطريقة تنبأ بوجود جسيم الميزون ( $\pi$  meson)، واكتشاف هذا الجسيم في الأشعة الكونية كان خطوة حاسمة باتجاه مفهوم القوى النووية.

## نموذج الطبقات النووية:

لدراسة كيفية توزع البروتونات والنيترونات داخل النواة فقد تم وضع مجموعة من النماذج منها نموذج قطرة السائلة ونموذج الطبقات النووية وغيره من النماذج. سنستعرض في دراستنا

هذه نموذج الطبقات النووية الذي استطاع أن يفسر الأعداد السحرية النووية. حيث أن النوى السحرية تملك مدارات مغلقة بالأعداد التالية:

$$N=2, 8, 20, 28, 50, 82, 126.$$

$$Z=2, 8, 20, 28, 50, 82.$$

تتوزع النيكليونات في سويات طاقية تم تكميمها باستخدام الأعداد الكمية  $n$ ,  $\ell$  المذكورة في النموذج الذري. تم حساب طاقة السويات باستخدام مفهوم الطاقة الكمونية لكل جسيم Independent Particle Approximation (IPA) Potential Energy

يمكن حساب الطاقة الكمونية لكل نيكليون وذلك بحساب الطاقة الكمونية الوسطية للنيكليونات الأخرى المجاورة للنيكليون المدروس. ويظهر المعدل الوسطي لأثر النيكليونات الأخرى ضمن كرة نصف قطرها  $R = 1.17 A^{1/3} fm$ .

الطاقة الكمونية لكل نيكليون تُعبر عن الجهد الذي يتحرك به النيكليون في النواة وهو ينتج عن تأثير جهود النيكليونات الأخرى المجاورة له في النواة. تُرمز للطاقة الكمونية بـ  $U_{nuc}$ .

في حال البروتونات نقوم بإضافة الطاقة الكمونية الناتجة عن القوى الكولونية التنافرية وذلك بسبب شحنة البروتونات وبالتالي فإن الطاقة الكمونية الكلية للبروتونات:

$$U_{(r)} = U_{nuc}(r) + U_{coul}(r)$$

$$U_{coul}(r) = (Z - 1) \frac{K e^2}{r}$$

حيث  $K$  ثابت كولون الكهربائي. و  $r$  المسافة الفاصلة بين النيكليون المدروس والنيكليون المجاور الذي يتبادل التأثير الكهربائي معه.

وفي حال النترونات فإن الطاقة الكمونية الكلية هي:

$$U_{(r)} = U_{nuc}(r)$$

باستخدام مفهوم IPA تم وضع السويات الطاقية في النواة. ولكن حساب السويات بواسطة IPA لم يكن كافياً لتفسير النوى السحرية إلى أن تم إضافة حد جديد للطاقة الكمونية وهي عبارة عن طاقة كمونية إضافية ناتجة عن العزم الزاوي المداري  $L$  للنيكليون واتجاهه بالنسبة لسبعين هذا النيكليون  $L$ .

حيث أن العزم المداري الكلي  $L$  للنيكليون يُعطى بالعلاقة:

$$L = \sqrt{l(l+1)} \hbar$$

و  $l = 0, 1, 2, 3, \dots$  العدد الكمي المداري.

والعزم السبياني الكلي يُعطى بالعلاقة:

$$S = \sqrt{s(s+1)} \hbar$$

$\frac{1}{2} s$  العدد الكمي السبياني.

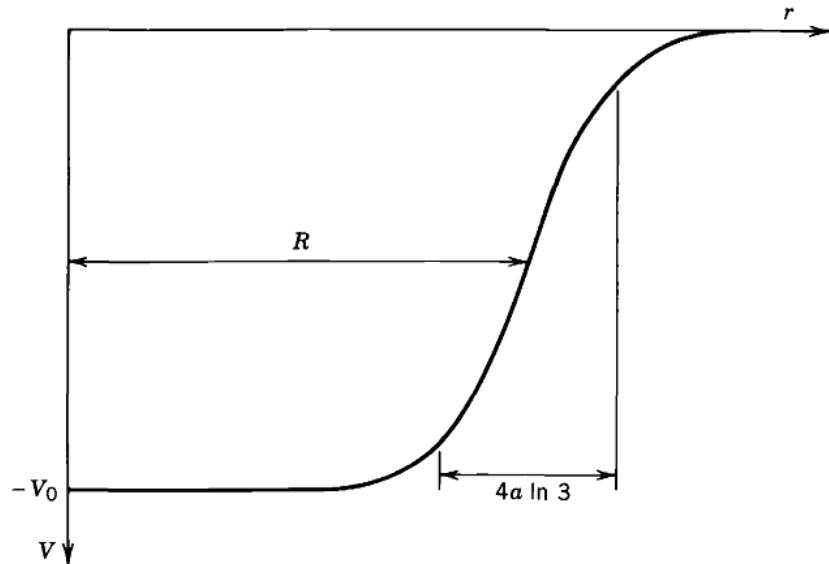
### هاملتون النموذج:

ان ميزات وخصائص النوى السحرية قاد الفيزيائيون النوويون لنقل النموذج الذري المشابه (أو المشبه) للنموذج الشمسي الى نموذج مكون من جسيمات مستقلة. يعود هذا لقبول تقرير أولي أن كل شيء يحدث كما لو أن التأثيرات المتبادلة بين نيكليون  $N_\alpha$  والنيكليونات الأخرى (A-1) تُشبه بحفرة كمون  $V_\alpha$ .

الفكرة الأكثر بساطة هي أخذ نفس الکمون النووي  $V$  من أجل النيكليونات  $A$  في النواة حيث يكون  $V = V_\alpha$  بشكل مستقل عن النيكليون المدروس  $\alpha$ , كونه يمثل متوسط التأثيرات المتبادلة بين جسيمين على كامل توزع المادة النووية (من هنا جاء اسمه بالکمون المتوسط) وارفاقه بشدة متناسبة مع كثافة النيكليونات. تُظهر التجربة أن النوى السحرية تتميز بشكل كروي متوازن (وبما أن دراستنا ستقتصر على هذه النوى التي تُعتبر ذات استقرار كبير)، سوف نعتمد کمون متوسط كروي والصيغة المعتمدة لهذا الکمون هي صيغة Woods-Saxon التالية:

$$V(r) = -V_0 / (1 + e^{\frac{r-R}{a}})$$

حيث  $R$  = نصف قطر البئر الکموني،  $a$  سماكة الطبقة الخارجية، و  $V_0 \approx 50 \text{ MeV}$  عمق الکمون.



الشكل 2: شكل کمون النموذج الطبيعي. السماكة السطحية  $4a \ln 3$  هي المسافة التي يتغير فيها الکمون من  $10\%V_0$  الى  $90\%V_0$

وكتابة معادلة شرودينغر  $H\Psi = E\Psi$  حيث  $H_0 = \frac{1}{2m} \nabla^2 + V(r)$  هاميلتون النموذج وهو يكتب من أجل النيكليون  $\alpha$  في البئر الکموني للنموذج الطبيعي كمجموع للطاقة الحرکية  $T_\alpha$  والطاقة الكامنة  $V_\alpha$  ومن أجل  $A$  نيكليون في النواة فهو حاصل مجموع الطاقات الحرکية والكامنة لكل نيكليون:

$$H_0 = \sum_{\alpha=1}^A (T_\alpha + V_\alpha) = \sum_{\alpha=1}^A (T_\alpha + V_{r_\alpha})$$

ان معرفة  $H_0$  يسمح بحل معادلة القيم الخاصة الذي يسمح بالحصول على القيم الخاصة للطاقة. و العلاقة السابقة تُبين وجود  $A$  معادلة شرودينغر من أجل  $A$  نيكليون في النواة من الشكل:  $(\vec{r}) = \epsilon_\alpha \psi_\alpha(\vec{r})$  حيث  $\epsilon_\alpha$  تمثل القيمة الخاصة للطاقة و  $\psi_\alpha$  التابع الموجي للجسيم المدروس. الطاقة الخاصة للجملة النووية (النواة) في هذا التقرير تساوي مجموع الطاقات الخاصة للنيكليونات الفردية، والتابع الخاص يساوي جداء التوابع الخاصة الفردية:

$$\Psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3, \dots, \vec{r}_A) = \prod_{\alpha=1}^A \psi_\alpha(\vec{r}_\alpha), \text{ و } E = \sum_{\alpha=1}^A \epsilon_\alpha$$

### إيجاد الأعداد السحرية:

سوف تتم المعالجة أولاً بإهمال الحد التصحيحي المتعلق بالتأثير سبين-مدار ( $\vec{L}$ ). يتم حل معادلة شرودينغر من أجل كل نيكليون (التأثير المتبادل بين النيكليون المدروس  $N_\alpha$  وبقية النيكليونات  $-A$  في نظام مركز الكتل). نكتب المعادلة على الشكل التالي:

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla^2 + V(\vec{r}_\alpha) \right] \psi_\alpha(\vec{r}_\alpha) = \epsilon_\alpha \psi_\alpha(\vec{r}_\alpha)$$

حيث  $\mu$  هي الكتلة المختزلة وتساوي تقربياً كتلة النيكليون لأن  $m$

ان الهاملتون  $H_0$  المأخوذ من أجل جملة متناظرة كروياً يتبادل بشكل خاص مع  $L^2$  و  $L_z$  أي أن:

حيث أن  $L$  العزم الزاوي المداري.

وهذه الخاصية تسمح بكتابة تابع الموجة وفق الصيغة التالية:

$$\psi_\alpha(\vec{r}_\alpha) = R_{n,l}(\vec{r}_\alpha) Y_l^m(\theta_\alpha, \varphi_\alpha) \equiv \frac{U_{n,l}(\vec{r}_\alpha)}{\vec{r}_\alpha} Y_l^m(\theta_\alpha, \varphi_\alpha)$$

حيث  $Y_l^m(\theta_\alpha, \varphi_\alpha)$  التابع الزاوي (أو الكروي) وهو تابع خاص لـ  $L^2$  و  $L_z$  مع القيم الخاصة المرافقة  $\ell$  و  $m\hbar$  على التوالى. و  $U_{n,l}(\vec{r}_\alpha)$  هو التابع المداري الذي يمكن كتابة معادلة شرودينغر له كمایلی:  $\left[ -\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2}{dr_\alpha^2} + \frac{\hbar^2(\ell(\ell+1))}{2\mu r_\alpha^2} + V(r_\alpha) \right] U_{n,l}(\vec{r}_\alpha) = \epsilon_\alpha U_{n,l}(\vec{r}_\alpha)$

ان حل هذه المعادلة يسمح بالحصول على القيم الخاصة  $\epsilon_\alpha$ . ولحل هذه المعادلة نأخذ صيغة تقريبية للكمون ( $\vec{r}_\alpha$ ) وهذه الصيغة هي كمون الهزاز التواافقى.

### تقريب الهزاز التواافقى:

من السهل تشبيه كمون Woods-Saxon بحفرة كمون مربعة أو بهزاز تواافقى. سنعتمد تقريب الهزاز التواافقى ويُشبه الكمون المتوسط بـ:

$$V(\vec{r}) = -V_0[1 - (r/R)^2]$$

حيث  $V_0$  العمق المركزي للحفرة عند  $r = 0$  للكمون النووي الذي نصف قطره  $R$  (نصف قطر النواة) و يُعرف بالعلاقة:

$$V(r) = \begin{cases} -V_0, & r \leq R \\ 0, & r > R \end{cases}$$

ويكتب الكمون المتوسط السابق على الشكل التالي:

$$V(r) = -V_0 + \frac{1}{2}\mu\omega_0^2 r^2$$

$$\text{حيث } \omega_0 \text{ تردد الهزاز}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{2V_0}{\mu R^2}}$$

وفي حالة الهزاز التوافقي تُكتب الطاقات الخاصة على الشكل:

$$E_n = (n_x + n_y + n_z + \frac{3}{2})\hbar\omega_0$$

حيث  $n_x + n_y + n_z = n$ , وبالتالي فأنه من أجل قيمة ما ل  $n$  فإن عدد الإمكانيات (أي عدد التراكيب) يعطى بالعلاقة التالية:  $\frac{(n+1)(n+2)}{2}$  و اذا أخذنا بعين الاعتبار درجة تولد السبيبن:

$$g_s = 2S + 1 = 2\left(\frac{1}{2}\right) + 1 = 2$$

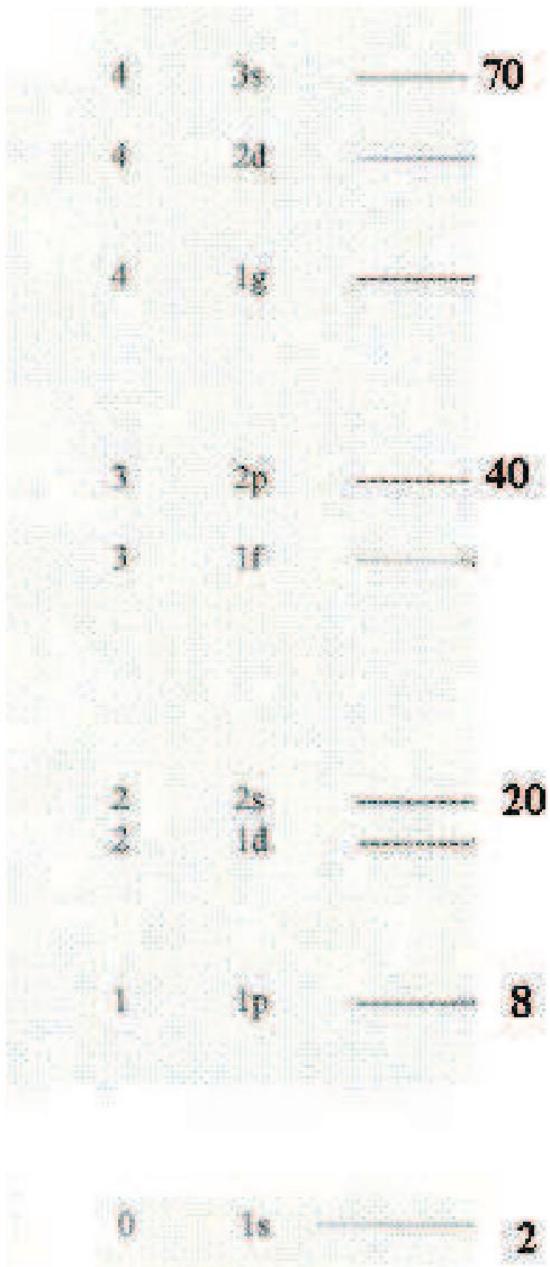
أي أن درجة التولد الكلية لسوية الطاقة  $E_n$  تُعطى بالعلاقة:

$$d_n = g_s \frac{(n+1)(n+2)}{2} = (n+1)(n+2)$$

هذا يعني أنه يمكن وضع  $(n+1)(n+2)$  من النيكلبيونات المتماثلة في الطبقة المرقمة بالعدد  $n$  ، ويمكن إعادة كتابة العلاقة المعتبرة عن طاقة الهزاز التوافقي بتتابعية العدد الكمي المداري  $\ell$  و العدد القطري  $\nu$  على الشكل التالي:

$$E_{\nu,\ell} = \left[2(\nu - 1) + \ell + \frac{3}{2}\right]\hbar\omega_0$$

حيث  $n$  العدد الذي يمثل رقم السوية الطاقية الأساسية ويرتبط بالعددين العدد الكمي المداري  $\ell$  والعدد القطري  $\nu$  بالعلاقة:  $\nu = 1, 2, 3, \dots$  حيث  $n = [2(\nu - 1) + \ell]$  و  $n = 0, 1, 2, 3, \dots$



الشكل 3: توزع النيكليونات على السويات الطاقية في النموذج الطبقي

من الشكل 3 نلاحظ أن أخفض سوية طاقية  $1s \quad n=0, \ell = 0$  تحتوي نيكليونين (بروتونات أو نترونات) وهذا يمثل العدد السحري الأول 2. ومن ثم تأتي السوية الطاقية  $1p$  وتحتوي 6 نيكليونات. وهذا يفسر الرقم السحري الثاني 8 ( $8=6+2$ ). ومن ثم تأتي السوية  $d$  وهي قريبة جداً من السوية  $2s$  لذلك تعتبر أنهما على نفس الطبقية وهي تحتوي 12 نيكليون وهذا يفسر العدد السحري الثالث ( $20=12+8$ ). ومن ثم تأتي السويتين الطاقيتين  $f$  و  $p$  و  $2$  وهما قريبتين من بعضهما ويمكن اعتبارهم يشغلان نفس الطبقية وتحتويان عدد من النيكليونات قدره 20 فيكون العدد الكلي للنيكليونات ( $40=20+20$ ). هذا يفترض أن العدد السحري القادم هو 40 ولكن تجريبياً العدد السحري هو يجب أن يكون 50.

جدول 1: توزع السويات الطاقية في النموذج الطبعي حيث  $n$  رقم الطبقة و  $E_n$  طاقة الطبقة و  $d_n$  عدد النيكليونات الموجودة في السويات الطاقية و  $\sum_n d_n$  عدد النيكليونات الموجودة في الطبقات،  $\square(\ell)$  رمز السوية الطاقية.

$n$	$E_n$	$d_n$	$\sum_n d_n$	$\square(\ell)$
0	$\frac{3}{2}\hbar\omega_0$	2	2	1s
1	$\frac{5}{2}\hbar\omega_0$	6	8	1p
2	$\frac{7}{2}\hbar\omega_0$	12	20	1d, 2s
3	$\frac{9}{2}\hbar\omega_0$	20	40	1f, 2p
4	$\frac{11}{2}\hbar\omega_0$	30	70	1g, 2d, 3s
5	$\frac{13}{2}\hbar\omega_0$	42	112	1h, 2f, 3p
6	$\frac{15}{2}\hbar\omega_0$	56	168	1f, 2g, 3d, 4s

من الجدول نلاحظ أن النموذج السابق سمح بالحصول على الأعداد السحرية الثلاثة الأولى 2,8,20 و لم يعط الأعداد السحرية .28,50,82,126

ولحل مشكلة إيجاد الأعداد السحرية فإنه تم ادخال مفهوم التزاوج سبين-مدار على كمون Woods-Saxon وهو يعكس التفاعل بين العزم الزاوي المداري والعزم الزاوي السبياني ويظهر في الفيزياء الذرية. ومنشأ هذا التزاوج سبين-مدار هو مغناطيسي وأثره هو تصحيح بسيط في الفيزياء الذرية. أما في طاقة الرابط النووية فإن أثر هذه الظاهرة هو أكبر بـ 20 مرة وهي تنشأ من الكمون النووي نفسه الذي يتتناسب مع التزاوج سبين-مدار ( $\vec{L} \cdot \vec{S}$ ):

$$V(r) \rightarrow V(r) + W(r)L \cdot S$$

أي أنه وبسبب التزاوج سبين-مدار ستنقسم كل سوية طاقية يكون فيها  $0 \neq \ell$  إلى سويتين حسب اتجاه العزم السبياني  $S$  بالنسبة للعزم المداري  $L$ . فعندما  $S$  يكون موازي  $L$  فإن السوية الطاقية تملك طاقة أخفض من الحالة التي يكون فيها  $S$  لا يوازي  $L$  (وهذا في حالة النوى أما في حالة الذرة فالحالة تكون العكس تماماً).

وبناءً على العلاقة بين  $S$  و  $L$  فقد تم تعريف العزم الزاوي الكلي للنيكليون  $L$ :

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$$

$$J = \sqrt{j(j+1)}\hbar, \quad j = \ell \mp s$$

حيث  $\frac{1}{2} + \ell = j$  في حالة التوازي أو  $\frac{1}{2} - \ell = j$  في حالة عدم التوازي.

في الفيزياء الذرية فإن التزاوج سبين-مدار يؤدي إلى انزياح في الطاقة يتتناسب مع:

$$j(j+1) - \ell(\ell+1) - s(s+1), \quad (s = \frac{1}{2})$$

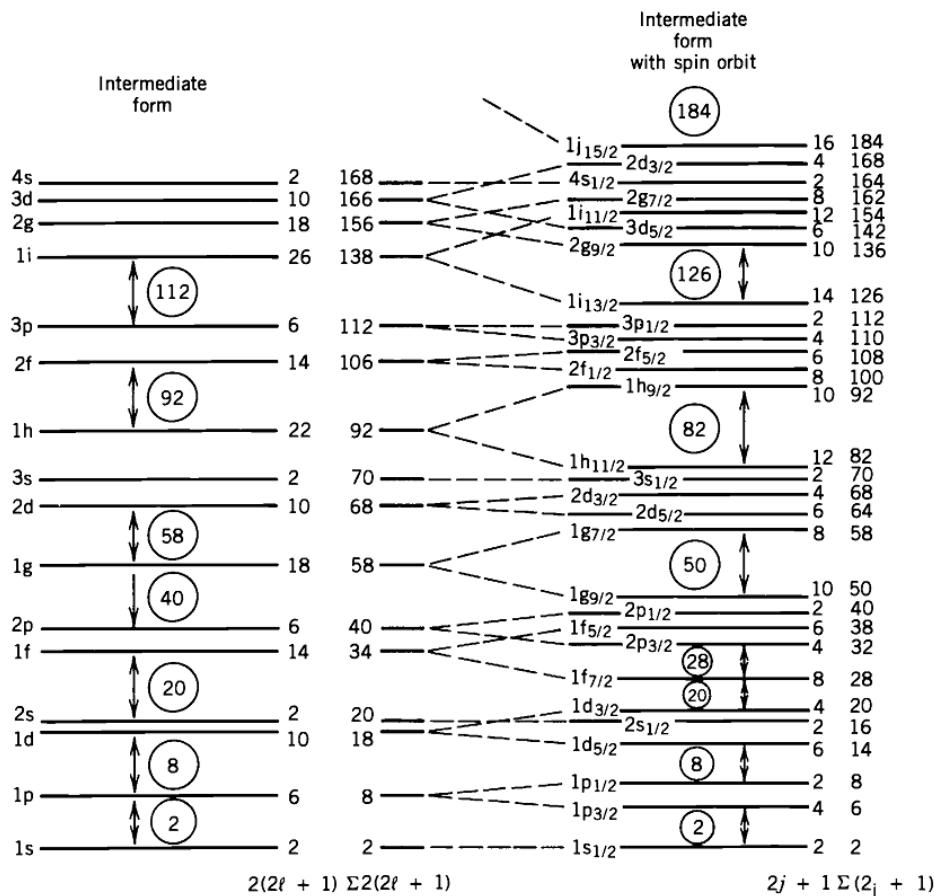
وفي حال الفيزياء النووية فإن هذا التزاوج يؤدي الى انشطار السوية الطاقية الى سويتين تكون فيه السوية التي تمتلك رقم ز أعلى هي الأخفض طاقياً على عكس الفيزياء الذرية.

## Nuclear Shell Structure

Angular Momentum ( $h\Omega/2\pi$ )	Spin-Orbit Coupling ( $1/2, 3/2, 5/2, 7/2, \dots$ )		Number of Nucleons Shell	Number of Nucleons Total	Magic Number
7	lj		1j 15/2	16	[184] — {184}
6	4s		3d 3/2	4	[168]
6	3d		4s 1/2	2	[164]
6	2g		2g 7/2	8	[162]
6	1i		1i 11/2	12	[154]
			3d 5/2	6	[142]
			2g 9/2	10	[136]
			1i 13/2	14	[126] — {126}
5	3p		3p 1/2	2	[112]
5	2f		3p 3/2	4	[110]
5	1h		2f 5/2	6	[106]
			2f 7/2	8	[100]
			1h 9/2	10	[92]
4	3s		1h 11/2	12	[82] — {82}
4	2d		3s 1/2	2	[70]
4	1g		2d 3/2	4	[68]
			2d 5/2	6	[64]
			1g 7/2	8	[58]
			1g 9/2	10	[50] — {50}
3	2p		2p 1/2	2	[40] — {40}
3	1f		1f 5/2	6	[38]
			2p 3/2	4	[32]
			1f 7/2	8	[28] — {28}
2	2s		1d 3/2	4	[20] — {20}
2	1d		2s 1/2	2	[16]
			1d 5/2	6	[14]
1	1p		1p 1/2	2	[8] — {8}
0	1s		1p 3/2	4	[6]
			1s 1/2	2	[2] — {2}

الشكل 4: توزيع السويات الطاقية في النموذج الظبيقي بعد ادخال أثر التزاوج بين العزم السبياني والعزم المداري.

نلاحظ من الشكل 4 أن السوية  $n=4$  من أجل  $l=1$  انشطرت إلى سويتين وهما  $1g_{7/2}, j = 9/2$  و  $1g_{5/2}, j = 7/2$ . طاقة السوية  $1g_{9/2}$  تكون منخفضة جدًا لذلك فهي تنضم إلى الطبقة الأخفض وبذلك فإن الطبقة الرابعة في النموذج ستتشكل من السويات الطاقية التالية:  $1f_{7/2}, 2p_{3/2}, 1f_{5/2}, 2p_{1/2}, 1g_{9/2}$  ويكون العدد الأعظمي من النيكليونات الذي يمكن أن يشغل أحد هذه السويات هو  $2j+1$ . وبالتالي فإن عدد النيكليونات التي ستتواجد في الطبقة الرابعة هو  $8+4+6+2+1=30$  إلى عدد النيكليونات الموجودة في الطبقة الأخفض 20 سنحصل على العدد السحري 50.



الشكل 5: توضيح توزيع السويات الطاقية في النموذج الطيفي ومحاولة تفسير الأعداد السحرية. في الشكل اليساري النموذج الطيفي من دون إضافة التأثير المتبادل بين العزمين السبيئي والمداري إلى الكمون النووي، وفي الشكل اليميني النموذج الطيفي مع إضافة التأثير المتبادل بين العزمين السبيئي والمداري إلى الكمون النووي وظهور الأعداد السحرية 2,8,20,28,50,82,126.